

CÔNG TY CỔ PHẦN XUẤT NHẬP KHẨU BÌNH TÂY

*TS. Nguyễn Thái Sơn - Nguyên Trưởng khoa Toán - Tin học
Trường Đại học Sư phạm Tp HCM*

*TS. Nguyễn Lê Chí Quyết - Phó trưởng khoa Toán - Tin học
Trường Đại học Sư phạm Tp HCM*

*ThS. Hồ Lộc Thuận - Phó hiệu trưởng
Trường Thực hành Sài Gòn - Đại học Sài Gòn
ThS. Trần Đức Ngọc - Tổ phó chuyên môn Toán
Trường THPT Nguyễn Thượng Hiền - Tp HCM*

ĐỘT PHÁ CÔNG NGHỆ THÔNG MINH VỚI MÁY TÍNH

CASIO®

fx-880BTG PLUS

TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

NHÀ XUẤT BẢN
KHOA HỌC - CÔNG NGHỆ - TRUYỀN THÔNG



LỜI NÓI ĐẦU

Trong kỷ nguyên giáo dục 4.0, việc ứng dụng công nghệ thông tin vào dạy học là xu thế tất yếu. Làm chủ các công cụ công nghệ không chỉ là yêu cầu kỹ thuật mà còn góp phần phát triển tư duy sáng tạo. Đối với học sinh Trung học phổ thông, máy tính cầm tay không chỉ là công cụ tính toán mà còn là phương tiện hỗ trợ trực quan hóa kiến thức, nâng cao độ chính xác và hiệu quả trong giải quyết vấn đề.

CASIO fx-880BTG PLUS là dòng máy tính thể hệ mới được phát triển với nhiều cải tiến nổi bật nhằm đáp ứng nhu cầu học tập theo định hướng giáo dục hiện đại. Máy sở hữu giao diện gần gũi, thân thiện, giúp học sinh dễ dàng tiếp cận và thao tác. Hệ thống phím tắt trực quan, thao tác đơn giản giúp tối ưu thời gian thực hiện và nâng cao hiệu quả học tập trong quá trình giải toán.

Không chỉ nổi bật về công nghệ và tính năng, CASIO fx-880BTG PLUS còn mang chất lượng Nhật Bản với quy trình 7 bước kiểm tra nghiêm ngặt, khẳng định độ bền vượt trội, khả năng vận hành ổn định và độ chính xác đáng tin cậy trong suốt quá trình sử dụng. Chính sách bảo hành lên đến 7 năm cũng thể hiện sự cam kết lâu dài về chất lượng sản phẩm, mang lại sự an tâm cho giáo viên, học sinh và phụ huynh trong quá trình sử dụng.

Với định hướng “Kiến tạo phương pháp học Toán hiện đại”, máy tính CASIO fx-880BTG PLUS không đơn thuần là công cụ hỗ trợ học tập mà còn góp phần thay đổi cách tiếp cận môn Toán theo hướng trực quan, chủ động và ứng dụng thực tiễn hơn. Thông qua việc khai thác hiệu quả các tính năng của máy, học sinh có thể tăng cường khả năng tư duy, phân tích và khám phá kiến thức một cách khoa học, phù hợp với định hướng phát triển phẩm chất và năng lực trong Chương trình Giáo dục phổ thông mới.

Xuất phát từ thực tiễn đó, chúng tôi biên soạn cuốn sách:

“ĐỘT PHÁ CÔNG NGHỆ THÔNG MINH VỚI MÁY TÍNH CASIO FX-880BTG PLUS - TRUNG HỌC PHỔ THÔNG”

Nội dung cuốn sách được xây dựng bám sát chương trình giáo dục phổ thông, tập trung hướng dẫn khai thác hiệu quả các tính năng nổi bật của máy tính trong học tập môn Toán. Các nội dung được trình bày thông qua hệ thống ví dụ minh họa cụ thể, yêu cầu rõ ràng và hướng dẫn thao tác chi tiết, giúp người học sử dụng máy tính hiệu quả, hạn chế sai sót và tiết kiệm thời gian. Qua đó, người học không chỉ thành thạo kỹ năng sử dụng máy mà còn phát triển tư duy logic, chính xác và khoa học.

Chúng tôi hi vọng cuốn sách sẽ là tài liệu hữu ích, góp phần hỗ trợ học sinh trong học tập và thi cử, đồng thời khơi dậy hứng thú khám phá khoa học với sự hỗ trợ của công nghệ hiện đại.



**PHẦN I. ỨNG DỤNG
MÁY TÍNH CASIO
FX-880BTG PLUS VÀO
CHUYÊN ĐỀ TOÁN LỚP 10**

CHƯƠNG I: MỆNH TẬP HỢP

I.1. BIỂU DIỄN CÁC TẬP HỢP TRÊN TRỤC SỐ

Khái niệm về các tập hợp con của tập số thực (khoảng, đoạn, nửa khoảng) và các phép toán trên tập hợp là nội dung nền tảng trong chương trình môn Toán. Tuy nhiên, học sinh thường gặp khó khăn khi biểu diễn trên trục số, đặc biệt trong việc xác định đúng loại dấu và khi biểu diễn đồng thời nhiều tập hợp. Tính năng **Number Line** trong **Math Box** của **máy tính CASIO fx-880BTG Plus** là công cụ hỗ trợ trực quan hiệu quả, giúp minh họa rõ ràng vị trí của các tập số, từ đó hỗ trợ đối chiếu, kiểm tra kết quả và hạn chế sai sót khi xác định tập nghiệm của phương trình, bất phương trình.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng máy tính CASIO fx-880BTG Plus để biểu diễn trực quan các khoảng, đoạn, nửa khoảng hoặc các bất đẳng thức lên trục số thông qua tính năng Number Line.

b. Bài toán

Ví dụ 1: Biểu diễn các tập hợp sau lên cùng một trục số.

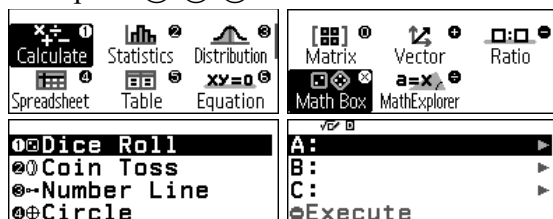
$$A = \{x \in \mathbb{R} | -2 < x \leq 5\}; B = [0; +\infty)$$

- Tính năng sử dụng

Tính năng Number Line trong Mathbox của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\odot$ $\otimes$ ③



- Hướng dẫn giải

- Bấm phím **EXE** **8** để nhập dữ liệu cho tập hợp A.

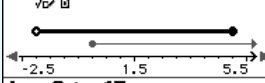
$\sqrt{\square}$ A: $\rightarrow$ B: $\rightarrow$ C: $\rightarrow$ Execute	$\sqrt{\square}$ $\odot x \geq a$ $\odot a < x < b$ $\odot a \leq x < b$ $\odot a < x \leq b$	$\sqrt{\square}$ $a < x \leq b$ a: -2 b: 5 Confirm	EXE
---	---	---	------------

Thực hiện tương tự cho tập hợp B.

- Bấm phím **EXE** **5**

$\sqrt{\square}$ A: $-2 < x \leq 5$ $\rightarrow$ B: $x \geq 0$ $\rightarrow$ C: $\rightarrow$ Execute	$\sqrt{\square}$ $\odot x \leq a$ $\odot x = a$ $\odot x > a$ $\odot x \geq a$	$\sqrt{\square}$ $x \geq a$ a: 0 Confirm	EXE
--	--	---	------------

- Bấm phím **EXE** để hiển thị biểu diễn hai tập hợp A và B.

$\sqrt{\square}$ A: $-2 < x \leq 5$ $\rightarrow$ B: $x \geq 0$ $\rightarrow$ C: $\rightarrow$ Execute	$\sqrt{\square}$ A: $-2 < x \leq 5$ $\rightarrow$ B: $x \geq 0$ $\rightarrow$ C: $\rightarrow$ Execute	$\sqrt{\square}$  A: $-2 < x \leq 5$
--	--	---

Quy ước đọc các ký hiệu trên trục số:

- Vòng tròn rỗng (O): biểu thị giá trị tại điểm đó không thuộc tập hợp. Tương ứng khi viết dưới dạng khoảng, ta dùng dấu ngoặc tròn: “(” hoặc “)”.
- Vòng tròn đặc (•): biểu thị giá trị tại điểm đó thuộc tập hợp. Tương ứng khi viết dưới dạng đoạn/nửa khoảng, ta dùng dấu ngoặc vuông: “[” hoặc “]”.
- Đoạn thẳng nối hai mút: thể hiện một tập hợp bị chặn ở cả hai đầu.
- Đoạn thẳng có mũi tên: thể hiện một tập hợp không bị chặn ở một đầu.

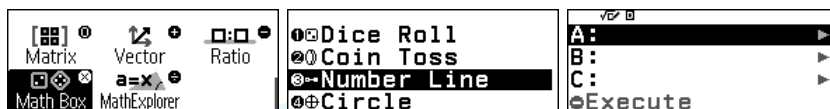
Ví dụ 2: Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} | -2 < x \leq 5\}$; $B = [0; +\infty)$. Tìm các tập hợp $A \cap B$; $A \cup B$; $A \setminus B$

- Tính năng sử dụng

Tính năng Number Line trong Math Box của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

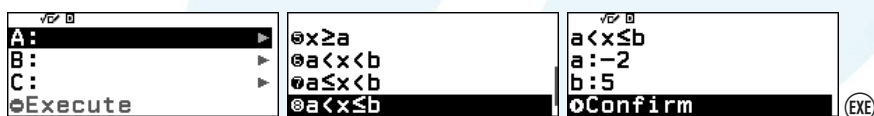
Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\square$ $\times$ $\textcircled{3}$



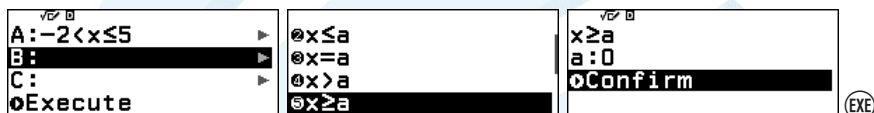
- Hướng dẫn giải

- Bấm phím $\textcircled{\text{EXE}}$ $\textcircled{8}$ để nhập dữ liệu cho tập hợp A.

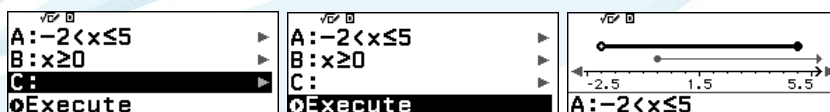


Thực hiện tương tự cho tập hợp B.

- Bấm phím $\textcircled{\text{EXE}}$ $\textcircled{5}$



- Bấm phím $\square$ $\textcircled{\text{EXE}}$ để hiển thị biểu diễn hai tập hợp A và B.



Dựa vào trục số, $A \cap B = [0; 5]$; $A \cup B = (-2; +\infty)$; $A \setminus B = (-2; 0)$

CHƯƠNG II: BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

II.1. MIỀN NGHIỆM CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Trong các bài toán biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn, học sinh thường mất nhiều thời gian thử điểm và dễ nhầm lẫn vùng cần gạch bỏ khi hệ có quá nhiều điều kiện. Việc sử dụng chức năng **Verify** và **Variable** trong **Calculate** của **máy tính CASIO fx-880BTG Plus** sẽ giúp khắc phục triệt để khó khăn này. Máy tính lập tức trả về kết quả đúng/sai cho từng bất phương trình, giúp người học xác định miền nghiệm chung một cách trực quan, chính xác và tiết kiệm thời gian hơn.

a. Yêu cầu cần đạt

Người học sử dụng chức năng **Verify** và **Variable** trong **Calculate** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus để kiểm tra nhanh tọa độ một điểm thử có thỏa mãn các bất phương trình trong hệ hay không, từ đó biểu diễn được miền nghiệm của hệ bất phương trình.

b. Bài toán

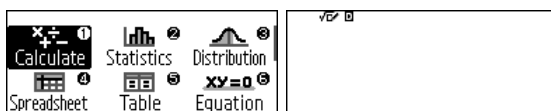
Ví dụ 1: Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y \leq 0 \\ 2x + y \geq 2 \end{cases}$$

- Tính năng sử dụng

Tính năng **Calculate** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

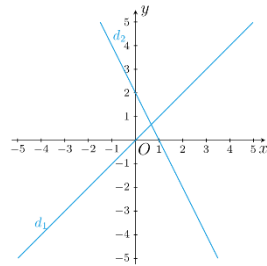
Để mở tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\odot$ ①



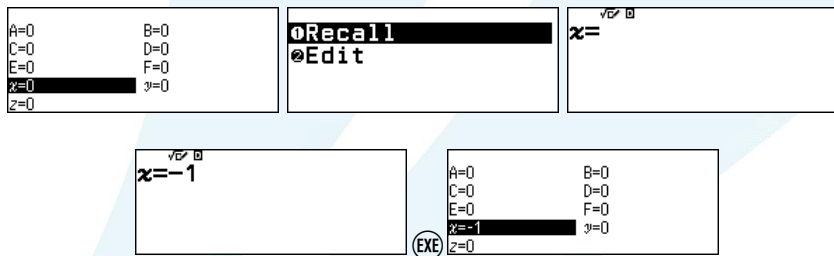
- Hướng dẫn giải

Trước tiên, vẽ đồ thị các đường thẳng tương ứng lên mặt phẳng tọa độ. Gọi $d_1: x - y = 0$; $d_2: 2x + y = 2$; sử dụng công cụ vẽ đồ thị để biểu diễn hai đường thẳng d_1 và d_2 .

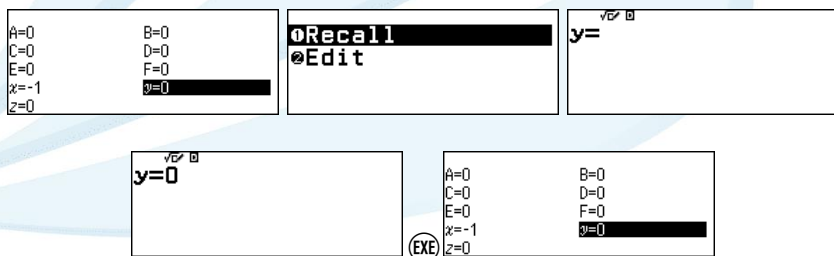


Chọn một điểm không thuộc mỗi đường thẳng và kiểm tra xem điểm đó có thuộc miền nghiệm của bất phương trình tương ứng hay không. Trong bài toán này, chọn điểm $(-1; 0)$.

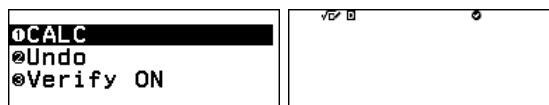
- Bấm phím 2nd > ^ OK 2 để gán giá trị hoành độ -1



- Bấm phím 2nd > < OK 2 để gán giá trị tung độ 0



- Bấm phím 2nd 3 để mở chức năng Verify.



Nhập bất phương trình $x - y \leq 0$

- Bấm phím $\uparrow$ $\odot$ để nhập biến y .

A calculator display showing the expression $x - y$.

- Bấm phím $\uparrow$ $\boxminus$ $\odot$ để nhập dấu $\leq$

A sequence of calculator screens showing the input of the inequality $x - y \leq 0$. The first screen shows the keypad with the less-than-or-equal-to symbol selected. The second screen shows the expression $x - y \leq 0$. The third screen shows the result **True** after pressing the EXE key.

Dựa vào kết quả hiển thị trên máy tính, điểm $(-1; 0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình $x - y \leq 0$. Khi đó, gạch bỏ nửa mặt phẳng bờ d_1 không chứa điểm $(-1; 0)$.

Nhập bất phương trình $2x + y \geq 2$

- Bấm phím $\uparrow$ $\odot$ để nhập biến y .

A calculator display showing the expression $2x + y$.

- Bấm phím $\uparrow$ $\boxminus$ $\odot$ để nhập dấu $\geq$

A sequence of calculator screens showing the input of the inequality $2x + y \geq 2$. The first screen shows the keypad with the greater-than-or-equal-to symbol selected. The second screen shows the expression $2x + y \geq 2$. The third screen shows the result **False** after pressing the EXE key.

Dựa vào kết quả hiển thị trên máy tính, điểm $(-1; 0)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + y \geq 2$. Khi đó, gạch bỏ nửa mặt phẳng bờ d_2 chứa điểm $(-1; 0)$.

CHƯƠNG III: HÀM SỐ

III.1. GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM

Trong các bài toán đại số và giải tích, việc tính giá trị của hàm số tại một điểm là thao tác cơ bản và thường xuyên xuất hiện. Khi đối số có dạng phức tạp hoặc cần tính tại nhiều điểm, việc tính thủ công dễ mất thời gian và sai sót. Sử dụng chức năng **Function** trong **Calculate** của **máy tính CASIO fx-880BTG Plus**, người học chỉ cần nhập biểu thức một lần và có thể nhanh chóng tính giá trị tại nhiều điểm, giúp tăng độ chính xác và tiết kiệm thời gian.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng chức năng Function trong Calculate của máy tính CASIO fx-880BTG Plus để nhập và lưu trữ biểu thức của hàm số; từ đó, dễ dàng gọi lại hàm $f(x)$ để tính nhanh, chính xác giá trị tại một hoặc nhiều điểm mà không cần nhập lại biểu thức.

b. Bài toán

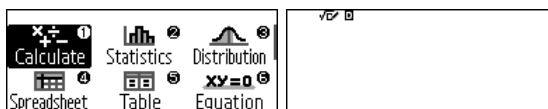
Ví dụ 1: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$ và $g(x) = x + 5$. Tính giá trị $f(g(f(-2)))$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

- Tính năng sử dụng

Tính năng Calculate của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\odot$ ①



- Hướng dẫn giải

- Bấm phím f(x) ③ để nhập hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$

f(x) g(x) Define f(x) Define g(x)	$f(x) =$	$f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$	EXE

- Bấm phím f(x) ④ để nhập hàm số $g(x) = x + 5$

f(x) g(x) Define f(x) Define g(x)	$g(x) =$	$g(x) = x + 5$	EXE

- Bấm phím MODE ① ③ để cài đặt chế độ làm tròn.

MODE System Settings Reset Get Started	Input/Output Angle Unit Number Format Engineer Symbol	Fix Sci Norm :1
---	--	--

- Bấm phím ① ② để chọn chế độ làm tròn đến hàng phần mười.

Fix0:0. Fix1:0.1 Fix2:0.12 Fix3:0.123	Fix :1 Sci Norm	AC

- Bấm phím f(x) ① f(x) ② f(x) ① để tính $f(g(f(-2)))$

f(x) g(x) Define f(x) Define g(x)	$f(x)$	f(x) g(x) Define f(x) Define g(x)
$f(g(x))$	f(x) g(x) Define f(x) Define g(x)	$f(g(f(x)))$
$f(g(f(-2)))$	$f(g(f(-2)))$	7.3

III.2. TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ TRÊN MỘT KHOẢNG

Trong các bài toán xét tính đơn điệu của hàm số trên một khoảng, việc áp dụng định nghĩa thường phức tạp, tốn thời gian và dễ sai sót. Sử dụng tính năng **Table** của **máy tính CASIO fx-880BTG Plus**, người học có thể lập bảng giá trị và quan sát sự biến thiên của $f(x)$ khi x tăng, từ đó xác định nhanh tính đồng biến, nghịch biến của hàm số.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng tính năng Table của máy tính CASIO fx-880BTG Plus để lập bảng giá trị của hàm số trên một khoảng với các thông số Start, End, Step phù hợp; từ đó quan sát sự thay đổi của $f(x)$ khi x tăng để xác định tính đồng biến, nghịch biến của hàm số.

b. Bài toán

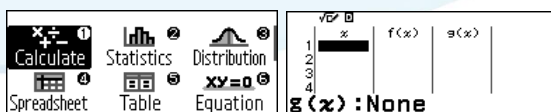
Ví dụ 1: Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $f(x) = -x^2 + 4x - 1$ trên khoảng $(-\infty; 2)$.

- Tính năng sử dụng

Tính năng Table của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

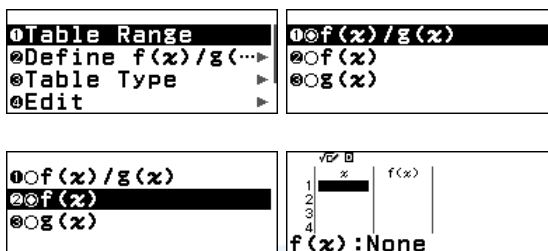
- Bấm phím $\triangle$ ⑤



- Hướng dẫn giải

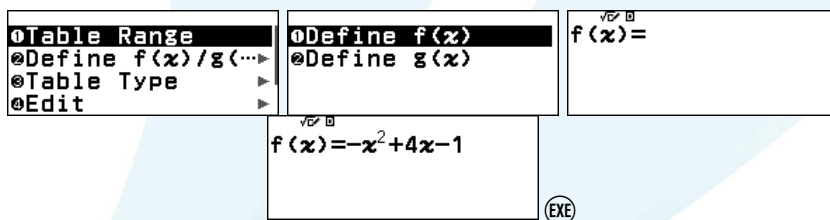
Thiết lập kiểu bảng (Tối ưu vùng nhìn) để bảng dễ nhìn và tập trung vào một hàm:

- Bấm phím $\odot \odot \odot$ ③ ② $\odot$ để chọn $f(x)$ (tắt cột $g(x)$ không cần thiết)



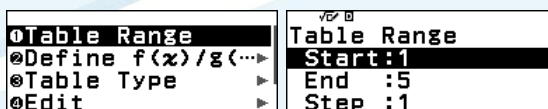
Để nhập hàm số, thực hiện như sau:

- Bấm phím $\odot \odot$ ② ① để nhập $f(x) = -x^2 + 4x - 1$

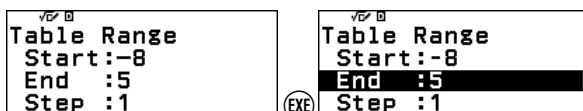


Khi thiết lập Table Range, trước hết cần xác định rõ các yếu tố sau:

- Giá trị bắt đầu và giá trị kết thúc của phạm vi bảng.
- Bấm phím $\odot \odot$ ① để thiết lập phạm vi bảng.



Đối với bài toán này, vì khoảng là $(-\infty; 2)$, ta không thể nhập $-\infty$. Thay vào đó, ta chọn một giá trị đủ nhỏ và nhập vào mục Start. Vì ta có thể lùi lại 10 đơn vị so với điểm kết thúc, nên chọn Start là $2 - 10 = -8$



Theo đề bài, tại mục End nhập giá trị 2

Table Range	Table Range
Start:-8	Start:-8
End :2	End :2
Step :1	Step :1

Để bảng hiển thị khoảng 20 dòng kết quả giúp quan sát hàm số mượt mà nhất, tại mục Step nhập công thức:

$$(End - Start) \div 20 = [2 - (-8)] \div 20$$

Table Range	Table Range
Start:-8	Start:-8
End :2	End :2
Step : $\leftarrow (-8) \div 20$	Step :0.5

- Bấm phím ∇ $\wedge$ để quan sát sự thay đổi của $f(x)$

1	-8	-97
2	-7.5	-87.25
3	-7	-78
4	-6.5	-69.25

-8

5	-6	-61
6	-5.5	-53.25
7	-5	-46
8	-4.5	-39.25

-6

9	-4	-33
10	-3.5	-27.25
11	-3	-22
12	-2.5	-17.25

-4

13	-2	-13
14	-1.5	-9.25
15	-1	-6
16	-0.5	-3.25

-2

17	0	-6
18	-0.5	-3.25
19	0	-1
20	0.5	0.75

-1

21	1	2
22	1.5	2.75
23	2	3

1

Vì khi x ngày càng tăng thì $f(x)$ cũng tăng, do đó, ta dự đoán hàm số $f(x) = -x^2 + 4x - 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Ví dụ 2: Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$ trên $\mathbb{R}$.

- Tính năng sử dụng

Tính năng Table và Solver trong Equation của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng Table, thực hiện:

- Bấm phím $\odot$ ⑤

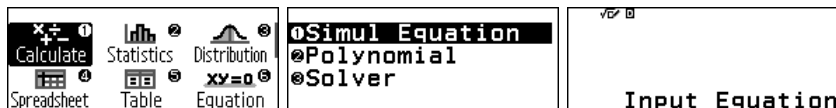
Calculate	Statistics	Distribution
Spreadsheet	Table	Equation

1	$f(x)$	$g(x)$
2		
3		
4		

$g(x)$:None

Để chọn tính năng Solver, thực hiện:

- Bấm phím $\odot$ $\odot$ $\odot$



- Hướng dẫn giải

Do cần khảo sát tính đơn điệu của hàm số trên $\mathbb{R}$ nên ta sẽ khảo sát trên một khoảng đại diện là $(-10; 10)$.

Tương tự như Ví dụ 1, trong tính năng Table, ta định nghĩa $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$.

Chọn giá trị bắt đầu, kết thúc lần lượt là $-10; 10$ và bước nhảy là $[10 - (-10)]/20$.

$\sqrt{x}$	x	$f(x)$
1	-10	9.5393
2	-9	8.544
3	-8	7.5498
4	-7	6.5574

-10

$\sqrt{x}$	x	$f(x)$
6	-5	4.5825
7	-4	3.6055
8	-3	2.6457
9	-2	1.732

-2

$\sqrt{x}$	x	$f(x)$
9	-2	1.732
10	-1	1
11	0	1
12	1	1.732

0

$\sqrt{x}$	x	$f(x)$
13	2	2.6457
14	3	3.6055
15	4	4.5825
16	5	5.5677

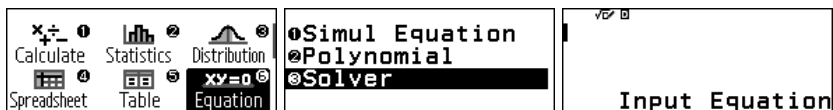
5

Quan sát sự thay đổi của $f(x)$ khi x tăng dần, ta nhận thấy hàm số có sự chuyển mình từ nghịch biến sang đồng biến khi qua giá trị $x_0 \approx -1$.

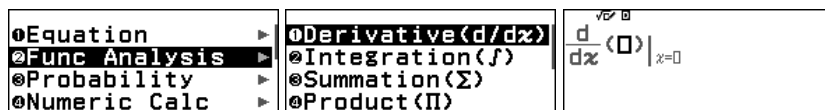
Sự thay đổi về chiều biến thiên này cho thấy hàm số không đơn điệu trên toàn bộ tập xác định $\mathbb{R}$. Thay vào đó, tồn tại một điểm tới hạn $x_0 \approx -1$ mà tại đó hàm số đạt giá trị cực tiểu và đổi chiều từ nghịch biến sang đồng biến.

Ta có thể tìm x_0 bằng cách dùng tính năng **Solver** trong **Equation** kết hợp với **Derivative (d/dx)** được tích hợp trong **Func Analysis** của **Catalog**.

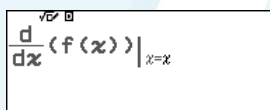
- Bấm $\odot$ $\odot$ $\odot$ để chọn tính năng **Solver**



- Bấm MODE 2 1 để chọn tính năng **Derivative (d/dx)**



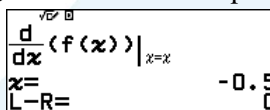
- Bấm F1 1 X $\text{)$ > X để màn hình được hiển thị như ảnh bên dưới.



- Bấm EXE rồi nhập giá trị cho $x = -1$ (vì đang tìm $x_0 \approx -1$).



- Bấm liên tiếp phím EXE hai lần để có kết quả của x_0 .



Vậy $x_0 = -0,5$ và ta dự đoán hàm số giảm trên khoảng $(-\infty; -0,5)$ và tăng trên khoảng $(-0,5; +\infty)$.

III.3. XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ ĐỈNH, TRỤC ĐỐI XỨNG CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC HAI

Trong các bài toán khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số bậc hai, việc xác định chính xác tọa độ đỉnh cùng phương trình trục đối xứng đóng một vai trò quan trọng. Tuy nhiên khi đối mặt với các hệ số phức tạp, học sinh thường dễ dẫn đến sai sót trong các bước tính toán. Với sự hỗ trợ của các tính năng **Equation (Giải phương trình)** được tích hợp trong máy tính **CASIO fx-880BTG Plus**, người học có thể nhập trực tiếp dữ liệu và khai thác nhanh các kết quả cần thiết, từ đó giúp quá trình giải toán trở nên thuận lợi, chính xác và hiệu quả hơn.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng tính năng **Equation** trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để nhập các hệ số của hàm số bậc hai để cho ra kết quả của tọa độ đỉnh, phương trình trục đối xứng, giá trị lớn nhất/nhỏ nhất của hàm số bậc hai.

b. Bài toán

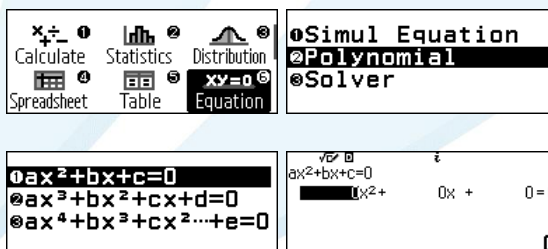
Ví dụ 1: Cho hàm số bậc hai $y = x^2 + 3x - 5$ có đồ thị là parabol (P). Hãy xác định tọa độ đỉnh, phương trình trục đối xứng của (P).

- Tính năng sử dụng

Equation của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

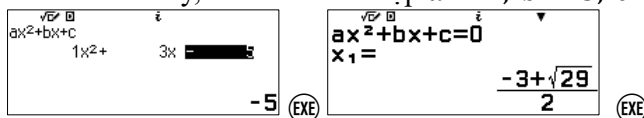
- Bấm phím $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$



- Hướng dẫn giải

Khi tìm tọa độ đỉnh hay phương trình trục đối xứng của parabol, ta cần nhập các hệ số của hàm số bậc hai tương ứng.

Đối với bài toán này, ta tiến hành nhập $a = 1$; $b = 3$; $c = -5$



Three screenshots of a CASIO fx-880BTG Plus calculator showing the steps to find the vertex of a parabola. The first screen shows the quadratic equation $ax^2+bx+c=0$ with $x_2=$ and the result $\frac{-3-\sqrt{29}}{2}$. The second screen shows the minimum of $y=ax^2+bx+c$ with $x=$ and the result $-\frac{3}{2}$. The third screen shows the minimum of $y=ax^2+bx+c$ with $y=$ and the result $-\frac{29}{4}$.

Hệ số $a = 1 > 0$ nên bề lõm của Parabol hướng lên. Vì thế hàm số bậc hai sẽ đạt giá trị nhỏ nhất tại hoành độ của đỉnh và giá trị nhỏ nhất của hàm số bậc hai là giá trị của tung độ đỉnh nên tọa độ đỉnh của parabol là $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{29}{4}\right)$ và phương trình trục đối xứng của parabol là $x = -\frac{3}{2}$

III.4. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Trong các bài toán đại số, chúng ta hoàn toàn có thể giải bất phương trình bậc hai theo cách thông thường bằng cách tìm nghiệm của tam thức bậc hai và lập bảng xét dấu. Tuy nhiên, trong các bài toán trắc nghiệm, toán thực tế hay các dạng toán phức hợp ta cần một công cụ để cho ngay kết quả của tập nghiệm. Với sự hỗ trợ của chức năng **Inequality (Giải bất phương trình)** được tích hợp trong máy tính **CASIO fx-880BTG Plus**, người học có thể nhập trực tiếp các hệ số và có nhanh tập nghiệm chính xác, từ đó giúp quá trình giải toán trở nên thuận lợi, chính xác và hiệu quả hơn.

a. Yêu cầu cần đạt

Học sinh sử dụng thành thạo chức năng **Inequality** trên máy tính **CASIO fx-880BTG Plus** để tìm nhanh và đọc đúng tập nghiệm của các bất phương trình bậc hai.

b. Bài toán

Ví dụ 1: Giải bất phương trình

a) $x^2 - 5x + 4 \geq 0$.

b) $x^2 + 2x + 1 \leq 0$.

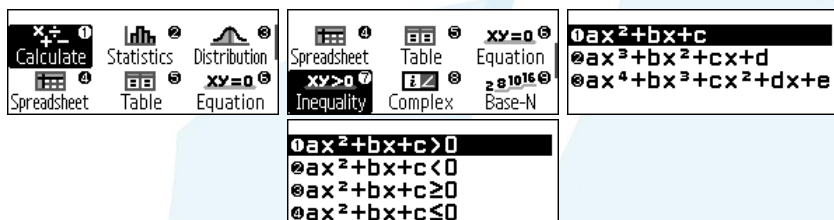
c) $x^2 + x + 5 > 0$.

- Tính năng sử dụng

Inequality trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

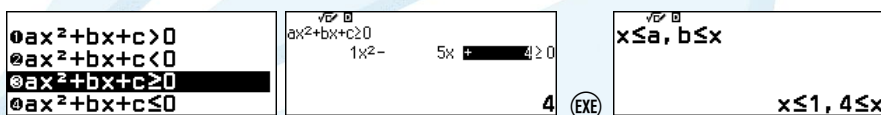
- Bấm phím $\odot$ 7 ①



- Hướng dẫn giải

Trước tiên, ta cần xác định đúng dạng của bất phương trình cần giải, sau đó nhập các hệ số của tam thức bậc hai tương ứng.

Trong bài toán này, ở câu a) bất phương trình có dạng $ax^2 + bx + c \geq 0$ với $a = 1$; $b = -5$; $c = 4$, nên sau khi bấm $\odot$ 7 ①, ta chọn ③ rồi nhập các hệ số.



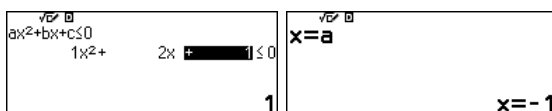
Dựa vào kết quả của máy tính, ta có tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 5x + 4 \geq 0$ là $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

b) Tương tự, ở ý b) bất phương trình có dạng $ax^2 + bx + c \leq 0$ với $a = 1$; $b = 2$ và $c = 1$.

Từ màn hình hiển thị kết quả của câu a), ta bấm phím $\odot$ để quay trở về việc lựa chọn dạng bất phương trình.

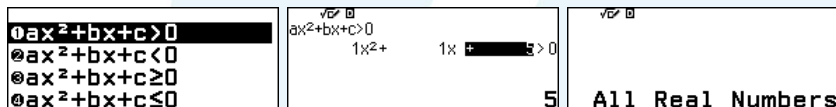


Tiếp tục chọn phím ④ rồi nhập các hệ số tương ứng. Sau đó bấm **EXE** để có được kết quả.



Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 2x + 1 \leq 0$ là $S = \{-1\}$.

c) Bất phương trình $x^2 + x + 5 > 0$ có dạng $ax^2 + bx + c > 0$ với $a = 1$; $b = 1$ và $c = 5$.



Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + x + 5 > 0$ là $S = \mathbb{R}$

III.5. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Trong các bài toán giải phương trình chứa căn quy về phương trình bậc hai (tiêu biểu là dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$ và $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$), việc thử lại các nghiệm ngoại lai thường gặp những khó khăn nhất định, tốn thời gian và dễ xảy ra sai sót tính toán nếu xử lý theo cách thủ công thông thường, đặc biệt khi các nghiệm là số vô tỉ. Với sự hỗ trợ của tính năng **Verify (Kiểm chứng)** được tích hợp trong máy tính CASIO fx-880BTG Plus, người học có thể thử trực tiếp các giá trị tìm được vào phương trình ban đầu giúp quá trình nhận loại nghiệm ngoại lai trở nên thuận lợi, chính xác và hiệu quả hơn.

a. Yêu cầu cần đạt

Học sinh sử dụng được tính năng **Verify** trong **TOOLS** để thử lại, loại trừ các nghiệm ngoại lai khi giải phương trình chứa căn dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$ và $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$.

b. Bài toán

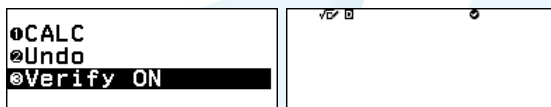
Ví dụ 1: Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - x - 6} = \sqrt{x^2 + x - 5}$

- Tính năng sử dụng

Verify trong **TOOLS**

Để mở tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\odot \odot \odot$ ③

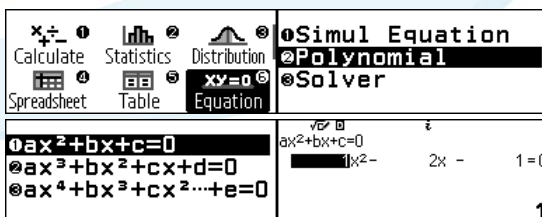


- Hướng dẫn giải

Trước tiên, ta cần bình phương hai vế của phương trình ban đầu và sử dụng tính năng **Equations (Phương trình)** để giải phương trình bậc hai, đồng thời lưu các nghiệm vào biến A, B bằng tính năng **VARIABLE**. Ta có:

$$\begin{aligned}\sqrt{2x^2 - x - 6} &= \sqrt{x^2 + x - 5} (*) \\ \Rightarrow 2x^2 - x - 6 &= x^2 + x - 5 \\ \Rightarrow x^2 - 2x - 1 &= 0\end{aligned}$$

- Bấm phím $\odot$ ⑥ ② ① để chọn giải phương trình đa thức bậc hai và nhập các hệ số.



- Bấm phím EXE để có kết quả hai nghiệm ngoại lai.

Lưu các nghiệm này vào các biến A, B bằng tính năng **VARIABLE**.

- Lưu nghiệm x_1 vào biến A thông qua dãy phím $\odot \odot \odot$ OK ① OK

$ax^2+bx+c=0$ $x_1=$ $1+\sqrt{2}$	<table border="1"> <tr><td>A=0</td><td>B=0</td></tr> <tr><td>C=0</td><td>D=0</td></tr> <tr><td>E=0</td><td>F=0</td></tr> <tr><td>X=0</td><td>Y=0</td></tr> <tr><td>Z=0</td><td></td></tr> </table>	A=0	B=0	C=0	D=0	E=0	F=0	X=0	Y=0	Z=0			
A=0	B=0												
C=0	D=0												
E=0	F=0												
X=0	Y=0												
Z=0													
<table border="1"> <tr><td>Store</td></tr> <tr><td>Edit</td></tr> </table>	Store	Edit	<table border="1"> <tr><td>A=1+f(2)</td><td>B=0</td></tr> <tr><td>C=0</td><td>D=0</td></tr> <tr><td>E=0</td><td>F=0</td></tr> <tr><td>X=7</td><td>Y=0</td></tr> <tr><td>Z=0</td><td></td></tr> </table>	A=1+f(2)	B=0	C=0	D=0	E=0	F=0	X=7	Y=0	Z=0	
Store													
Edit													
A=1+f(2)	B=0												
C=0	D=0												
E=0	F=0												
X=7	Y=0												
Z=0													

- Bấm tiếp phím EXE và lưu nghiệm x_2 vào biến B thông qua dãy phím $\text{2} \text{) } > \text{OK} \text{ 1}$

$ax^2+bx+c=0$ $x_2=$ $1-\sqrt{2}$	<table border="1"> <tr><td>A=1+f(2)</td><td>B=0</td></tr> <tr><td>C=0</td><td>D=0</td></tr> <tr><td>E=0</td><td>F=0</td></tr> <tr><td>X=0</td><td>Y=0</td></tr> <tr><td>Z=0</td><td></td></tr> </table>	A=1+f(2)	B=0	C=0	D=0	E=0	F=0	X=0	Y=0	Z=0			
A=1+f(2)	B=0												
C=0	D=0												
E=0	F=0												
X=0	Y=0												
Z=0													
<table border="1"> <tr><td>Store</td></tr> <tr><td>Edit</td></tr> </table>	Store	Edit	<table border="1"> <tr><td>A=1+f(2)</td><td>B=1-f(2)</td></tr> <tr><td>C=0</td><td>D=0</td></tr> <tr><td>E=0</td><td>F=0</td></tr> <tr><td>X=7</td><td>Y=0</td></tr> <tr><td>Z=0</td><td></td></tr> </table>	A=1+f(2)	B=1-f(2)	C=0	D=0	E=0	F=0	X=7	Y=0	Z=0	
Store													
Edit													
A=1+f(2)	B=1-f(2)												
C=0	D=0												
E=0	F=0												
X=7	Y=0												
Z=0													

- Bấm phím C 1 để trở về màn hình tính năng phép tính thường.

Kiểm tra $A = 1 + \sqrt{2}$ có phải là nghiệm của phương trình ban đầu hay không bằng cách nhập vào màn hình $\sqrt{2A^2 - A - 6} = \sqrt{A^2 + A - 5}$ (thay $x = A$ vào phương trình ban đầu).

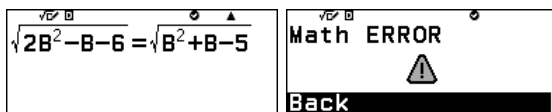
$\sqrt{2A^2 - A - 6} = \sqrt{A^2 + A - 5}$
--

- Bấm EXE để có kết quả kiểm chứng.

$\sqrt{2A^2 - A - 6} = \sqrt{A^2 + A - 5}$ True
--

Kết quả kiểm tra khi thay $x = A$ vào phương trình ban đầu là **True (Đúng)** nên $x = A = 1 + \sqrt{2}$ là một nghiệm của phương trình (*).

Tương tự, ta kiểm tra xem $B = 1 - \sqrt{2}$ có phải là nghiệm của phương trình ban đầu hay không.



Kết quả trả về là **Math ERROR (lỗi Toán học)** nghĩa là $x = B = 1 - \sqrt{2}$ làm cho phương trình chứa căn không xác định (do biểu thức trong căn bậc hai nhận giá trị âm). Suy ra $x = B = 1 - \sqrt{2}$ không là nghiệm của phương trình (*).

Vậy phương trình $\sqrt{2x^2 - x - 6} = \sqrt{x^2 + x - 5}$ có nghiệm là

$$x = 1 + \sqrt{2}$$

CHƯƠNG IV: ĐẠI SỐ TỔ HỢP

IV.1. HOÁN VỊ – TỔ HỢP – CHÍNH HỢP

Trong các bài toán đếm thuộc chuyên đề đại số tổ hợp, việc tính toán thủ công các đại lượng như số hoán vị (P_n), số chỉnh hợp (A_n^k) hay số tổ hợp (C_n^k) với lượng phân tử lớn thường gặp những khó khăn nhất định khi xử lý theo cách thông thường, dễ dẫn đến sai sót do phải nhân chia các giai thừa công kênh. Với sự hỗ trợ của các tính năng được tích hợp trong nhóm lệnh **Probability (Xác suất)** của **máy tính CASIO fx-880BTG Plus**, người học có thể nhập trực tiếp các biểu thức chứa tổ hợp, chỉnh hợp và hoán vị để khai thác nhanh các kết quả cần thiết, từ đó giúp quá trình giải toán trở nên thuận lợi, chính xác và hiệu quả hơn.

a. Yêu cầu cần đạt

Nhận biết và truy xuất thành thạo nhóm lệnh Probability (bao gồm Tổ hợp, Chỉnh hợp, Hoán vị) thông qua menu CATALOG của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

b. Bài toán

Ví dụ 1: Có 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách xếp tất cả học sinh này thành một hàng dọc thỏa mãn:

- Các học sinh được xếp tùy ý?
- Các học sinh nam luôn kề nhau?

- Tính năng sử dụng.

Factorial (Giai thừa) được tích hợp trong nhóm lệnh Probability của **máy tính CASIO fx-880BTG Plus**.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\oplus$ ②

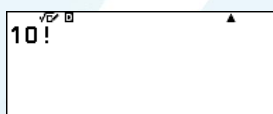
◻Func Analysis ▶	◻%
◻Probability ▶	◻Factorial(!)
◻Numeric Calc ▶	◻Permutation(P)
◻Angle/Coord/Se...	◻Combination(C)

- Hướng dẫn giải

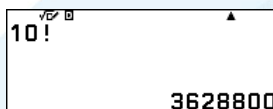
Trước khi sử dụng tính năng Probability, ta cần xác định xem khái niệm nào trong ba khái niệm hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp sẽ được sử dụng để giải quyết yêu cầu đề bài.

a) Trong bài toán này, mỗi cách xếp 10 học sinh thành một hàng dọc là một hoán vị của 10. Do đó số cách xếp 10 học sinh thành một hàng dọc là $10!$

Để tính giá trị của $10!$ ta cần nhập giá trị 10 vào màn hình máy tính và bấm dãy phím $\text{Ⓜ} \text{②} \text{②}$.



Bấm tiếp dấu $\text{Ⓜ} \text{Ⓢ}$ để cho ra kết quả.



Vậy số cách xếp 10 học sinh thành một hàng dọc là 3 628 800.

b) Để các học sinh nam luôn đứng kề nhau, trước tiên ta sẽ xếp 5 học sinh này thành một nhóm hàng dọc kề nhau: có $5!$ cách.

Tiếp theo, xếp vị trí cho nhóm học sinh nam kể trên và 5 học sinh còn lại thành một hàng: có $6!$ cách.

Vậy theo quy tắc nhân, có $5! \times 6!$ cách xếp.

Nhập $5! \times 6!$ vào màn hình rồi bấm $\text{Ⓜ} \text{Ⓢ}$ sẽ cho ta kết quả là

5! x 6!
86400

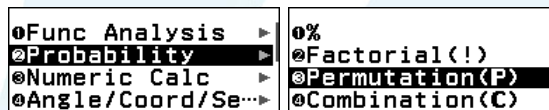
Ví dụ 2: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể thành lập bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau?

- Tính năng sử dụng

Permutation (Chỉnh hợp) được tích hợp trong nhóm lệnh Probability của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím MODE ②



- Hướng dẫn giải

Mỗi cách chọn ra bốn chữ số từ 6 chữ số: 1, 2, 3, 4, 5, 6 và xếp chúng theo một thứ tự nhất định sẽ tạo thành một số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau.

Do đó, số số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau được thành lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 là A_6^4 .

Để tính A_6^4 ta nhập vào màn hình 6A4, trong đó ký hiệu chỉnh hợp (A) được hiển thị thông qua dãy phím MODE ② ③

6P4
360

Vậy có thể thành lập được 360 số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu đề bài.

IV.2. NHỊ THỨC NEWTON

Trong các bài toán khai triển Nhị thức Newton, việc tìm hệ số của một số hạng cụ thể thường gặp những khó khăn khi xử lý, đặc biệt là dễ nhầm lẫn dấu hoặc sai sót khi rút gọn số mũ của biến. Với sự hỗ trợ của các tính năng được tích hợp trong máy tính **CASIO fx-880BTG Plus**, đặc biệt là tính năng **Table (Bảng giá trị)**, người học có thể nhập trực tiếp dữ liệu của công thức số hạng tổng quát từ đó khai thác nhanh các kết quả cần thiết, giúp quá trình giải toán trở nên thuận lợi, chính xác và hiệu quả hơn.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng được tính năng table của máy tính **CASIO fx-880BTG Plus** để thiết lập hai hàm số $f(x)$ (biểu diễn hệ số) và $g(x)$ (biểu diễn số mũ của biến) từ đó dò tìm nhanh các hệ số hay số hạng thỏa mãn yêu cầu của bài toán khai triển Nhị thức Newton.

b. Bài toán

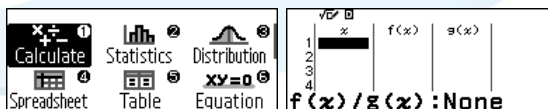
Ví dụ 1: Khai triển nhị thức $(2x^2 - 1)^5$, và tìm hệ số của số hạng chứa x^8

- Tính năng sử dụng

Table của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\odot$ ⑤



- Hướng dẫn giải

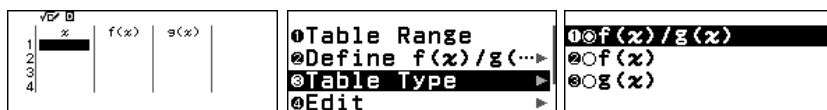
Trước tiên, ta cần xác định công thức của số hạng tổng quát trong khai triển của nhị thức $(a + b)^n$ là $C_n^k \times a^k \times b^{n-k}$ với $0 \leq k \leq n$

Do đó số hạng tổng quát sẽ có dạng:

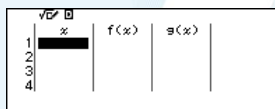
$$C_5^k \times (2x^2)^k \times (-1)^{5-k} = C_5^k \times 2^k \times (-1)^{5-k} \times x^{2k} \text{ với } 0 \leq k \leq 5$$

Với bài toán này $f(x) = C_5^x \times 2^x \times (-1)^{5-x}$ và $g(x) = 2x$, $0 \leq x \leq 5, x \in \mathbb{N}$

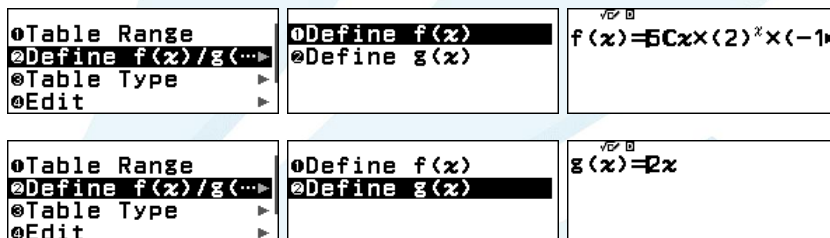
- Ta cần chọn loại Bảng giá trị có cả $f(x)$ và $g(x)$ thông qua dãy phím $\text{2nd} \text{ } \text{2} \text{ } \text{1}$



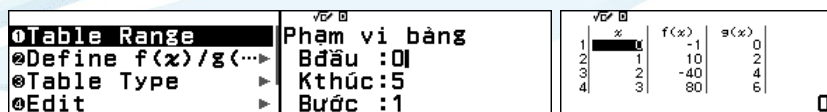
- Bấm $\text{2nd} \text{ } \text{AC}$ để quay về màn hình



- Xác định $f(x)$ và $g(x)$ bằng tính năng **Define f(x)/g(x)** thông qua dãy phím $\text{2nd} \text{ } \text{2}$.



Tiếp theo ta cần xác định Table Range (Phạm vi bảng) bắt đầu là 0, kết thúc là 5 và bước nhảy là 1 (do $0 \leq x \leq 5, x \in \mathbb{N}$).



Dựa vào kết quả hiển thị (cột $f(x)$) để biểu diễn phân hệ số và $g(x)$ để biểu diễn số mũ của biến, ta có khai triển:

$$(2x^2 - 1)^5 = -1 + 10x^2 - 40x^4 + 80x^6 - 80x^8 + 32x^{10}$$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^8 là -80

CHƯƠNG V: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

V.1. GIẢI TAM GIÁC

Trong các bài toán giải tam giác, việc tính toán các yếu tố như cạnh, góc có thể thực hiện thông qua định lý cosin và hệ quả hay định lý sin. Với sự hỗ trợ của tính năng **Triangle (Tam giác)** được tích hợp trong **Geometry (Hình học)** của **MathExplorer (Khám phá toán)** trên máy tính **CASIO fx-880BTG Plus** người học có thể chọn các tính năng phù hợp để tính độ dài một cạnh, số đo một góc, từ đó nhập các dữ tương ứng để có các kết quả cần thiết, giúp quá trình giải toán trở nên thuận lợi, chính xác và hiệu quả hơn.

a. Yêu cầu cần đạt

Sau khi tìm hiểu và thực hành, người học cần sử dụng thành thạo tính năng **Triangle** có trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để giải tam giác.

b. Bài toán

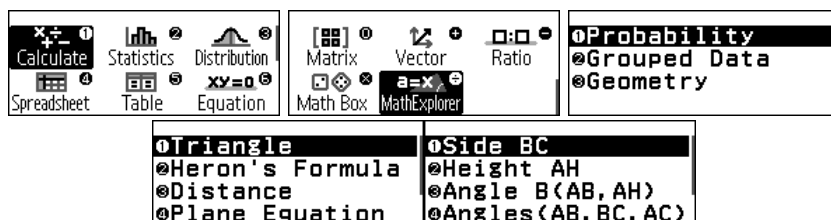
Ví dụ 1: Cho tam giác ABC có $AB = 5$; $AC = 10$ và $\widehat{BAC} = 40^\circ$. Giải tam giác ABC . (làm tròn kết quả cuối cùng đến chữ số hàng phần trăm).

- Tính năng sử dụng

Triangle trong **Geometry** của **MathExplorer** trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\odot \div 3 1$



- Hướng dẫn giải

Khi giải tam giác, ta cần xác định đề bài đã cho các yếu tố nào của tam giác, từ đó lựa chọn tính năng phù hợp để tính cạnh (khi biết độ dài hai cạnh còn lại và số đo góc xen giữa) hay tính góc (khi biết độ dài ba cạnh) của tam giác.

Trong bài toán này, đề bài cho độ dài hai cạnh và số đo góc xen giữa nên ta sẽ chọn tính năng **Side BC** để tính độ dài cạnh còn lại trong tam giác.

Trước tiên, ta nhập các dữ kiện của đề bài vào máy tính.

Triangle ABC Side AB :5 Side AC :10 Angle A :40	Triangle ABC Side AC :10 Angle A :40 Execute
--	---

Bấm phím **EXE** để có được kết quả độ dài cạnh BC .

Side BC= 6.956691433

Để biết số đo các góc trong tam giác, tại màn hình hiển thị độ dài cạnh BC ta bấm **↵** **↵** rồi chọn tính năng **Angles (AB, AC, BC)** bằng phím **4**

Side BC Height AH Angle B(AB, AH) Angles(AB, BC, AC)	Triangle ABC Side BC :6.9566 Side AC :10 Execute
---	---

Dùng phím **↵** để chọn Execute và bấm phím liên tiếp các phím **EXE** để có kết quả số đo ba góc trong tam giác.

Angle A= 40	Angle B= 112.4842565	Angle C= 27.51574349
--------------------	-----------------------------	-----------------------------

Vậy $\hat{B} \approx 112,48^\circ$; $\hat{C} \approx 27,52^\circ$.

V.2. TÍNH DIỆN TÍCH TAM GIÁC BẰNG CÔNG THỨC HERON

Trong các bài toán tính diện tích tam giác khi biết độ dài ba cạnh, việc vận dụng công thức Hê-rông: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ thường gặp những khó khăn nhất định khi xử lý theo cách thông thường, nhất là khi các cạnh có số đo chứa căn thức, khiến việc tính toán nửa chu vi và khai căn trở nên phức tạp, dễ sai sót. Với sự hỗ trợ của các tính năng **Heron's Formula (công thức Hê-rông)** được tích hợp trong **Geometry (Hình học)** của **MathExplorer (Khám phá toán)** trên máy tính **CASIO fx-880BTG Plus**, người học có thể nhập trực tiếp độ dài ba cạnh của tam giác và có được kết quả của diện tích.

a. Yêu cầu cần đạt

Sau khi tìm hiểu và thực hành, người học cần sử dụng thành thạo tính năng **Heron's Formula** có trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để tính diện tích tam giác khi biết độ dài ba cạnh.

b. Bài toán

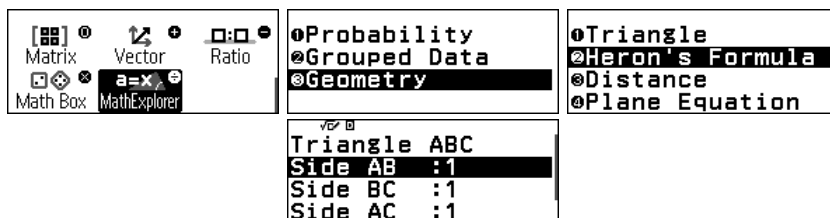
Ví dụ 1: Cho tam giác ABC có $a = 10\sqrt{2}$; $b = 15$; $c = 20\sqrt{2}$. Tính diện tích tam giác ABC .

- Tính năng sử dụng

Heron's Formula trong **Geometry** của **MathExplorer** trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện như sau:

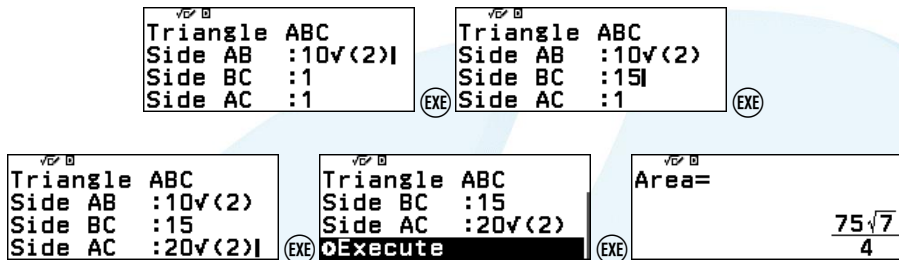
- Bấm phím $\square \div \textcircled{3} \textcircled{2}$



- Hướng dẫn giải

Khi sử dụng công thức Hê-rông để tính diện tích tam giác, ta cần xác định độ dài ba cạnh của tam giác. Trong bài toán này $a = 10\sqrt{2}$; $b = 15$; $c = 20\sqrt{2}$.

Tiến hành nhập các giá trị của a ; b ; c



Vậy diện tích tam giác ABC bằng $\frac{75\sqrt{7}}{4}$

CHƯƠNG VI: VEC-TƠ

VI.1. TÍNH ĐỘ DÀI CỦA VEC-TƠ

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ta có thể tính độ dài véc-tơ $\vec{a} = (x; y)$ bằng công thức $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$. Với tính năng **Abs** (**Giá trị tuyệt đối**) của **Vector** trên máy tính **CASIO fx-880BTG Plus**, người dùng có thể nhập trực tiếp các giá trị tọa độ vào bộ nhớ, từ đó máy tính tự động xử lý và hiển thị ngay kết quả. Điều này giúp quá trình giải toán trở nên trực quan, nhanh chóng và hạn chế tối đa những sai sót nhầm lẫn trong tính toán thủ công.

a. Yêu cầu cần đạt

Người học sử dụng thành thạo tính năng **Abs** để tính độ dài một véc-tơ trong môi trường **Vector** trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

b. Bài toán

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , hãy tính độ dài của véc-tơ $\vec{a} = (-2; 1)$.

- Tính năng sử dụng

Abs của máy tính CASIO fx-880BTG Plus trong môi trường **Vector**.

Để sử dụng tính năng này, trước tiên ta chọn môi trường **Vector** bằng cách dãy phím: $\odot \oplus$.



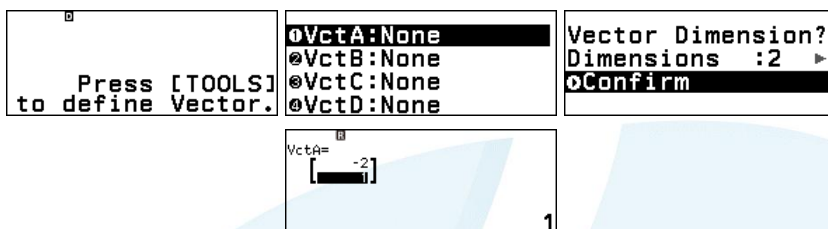
Để tính độ dài véc-tơ (sau khi đã nhập tọa độ) ta sử dụng tính năng **Abs** bằng cách bấm: $\odot \textcircled{4} \textcircled{3}$.



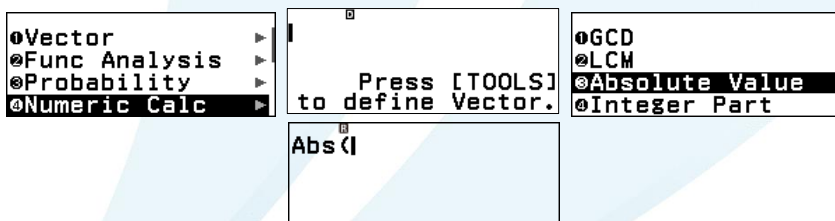
- Hướng dẫn giải

Để tính độ dài của một véc-tơ, ta cần nhập tọa độ véc-tơ mà đề bài đã cho.

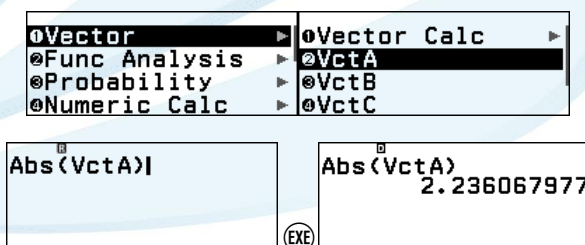
- Trước tiên, ta chọn tính năng Vector bằng cách bấm dãy phím: $\odot \oplus$.
- Nhập tọa độ của $\vec{a} = (-2; 1)$ bằng dãy phím: $\odot \odot \odot \odot 1$ rồi chọn số chiều (Dimensions) là 2 và tiến hành nhập liệu.



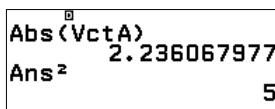
- Bấm $\odot$ EXE rồi gọi tính năng Abs để tính độ dài véc-tơ thông qua dãy phím $\odot \oplus \odot 4 \odot 3$



- Tiếp tục gọi lại véc-tơ cần tính độ dài, trong bài này là $\vec{a}$, bằng dãy phím $\odot \oplus \odot 1 \odot 2$



Để biết chính xác giá trị của $|\vec{a}|$, ta bình phương kết quả vừa tìm được.



Vậy $|\vec{a}| = \sqrt{5}$

VI.2. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN VEC-TƠ

Trong các bài toán hình học tọa độ, việc thực hiện các phép toán trên các véc-tơ có thể được một cách nhanh chóng thông qua các tính năng tính toán trong môi trường **VECTOR** của máy tính **CASIO fx-880BTG Plus**.

a. Yêu cầu cần đạt

Người học sử dụng thành thạo các tính năng **Vector Calc (Phép tính véc-tơ)** trong môi trường **Vector** để thực hiện các phép toán trên véc-tơ.

b. Bài toán

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các véc-tơ $\vec{a} = (-2; 1)$, $\vec{b} = (1; 3)$ và $\vec{c} = (3; -2)$. Hãy tính:

a) $\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$;

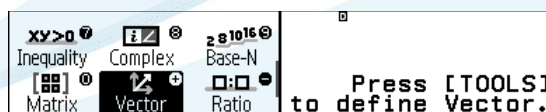
b) $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c}$;

c) Góc giữa hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- Tính năng sử dụng

Tính năng **Vector** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

- Để chọn tính năng này, ta bấm phím: $\oplus$ $\oplus$

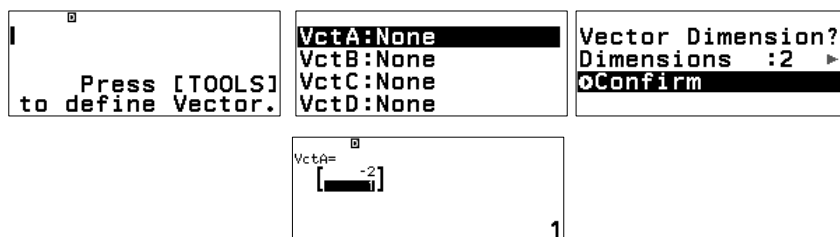


- Hướng dẫn giải

Để thực hiện các phép toán trên véc-tơ, ta cần nhập tọa độ các véc-tơ mà đề bài đã cho.

- Trước tiên, ta chọn tính năng Vector bằng cách bấm dãy phím: $\odot \oplus$
- Nhập toạ độ của $\vec{a} = (-2; 1)$ bằng dãy phím: $\odot \odot \odot \textcircled{1}$

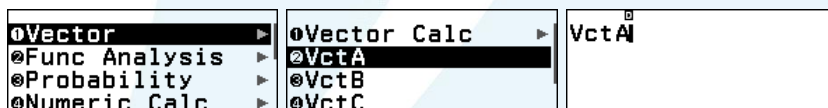
Chọn số chiều (Dimensions) là 2 và tiến hành nhập liệu.



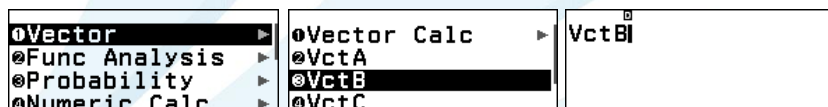
Tương tự cho hai véc-tơ: $\vec{b} = (1; 3)$ và $\vec{c} = (3; -2)$.

Sau khi nhập tọa độ của các véc-tơ, ta tiến hành gọi lại các véc-tơ đã lưu thông qua chức năng **Vector** trong **Catalog** kết hợp với các phép toán cần thực hiện.

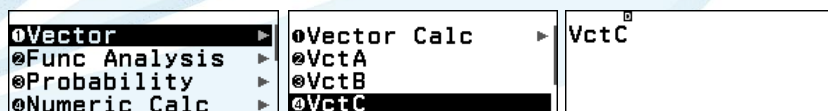
- Gọi lại véc-tơ $\vec{a}$ bằng các phím: 2ND 1 2



- Gọi lại véc-tơ $\vec{b}$ bằng các phím: 2ND 1 3

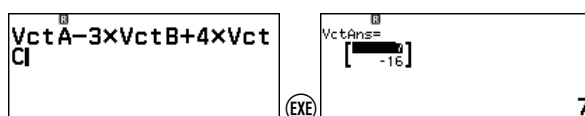


- Gọi lại véc-tơ $\vec{c}$ bằng các phím: 2ND 1 4



+ Phép toán cộng, trừ các véc-tơ, nhân véc-tơ với một số được thực hiện thông qua các phím $+$ $-$ $\times$

a) Tìm tọa độ $\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$ bằng cách nhập vào màn hình:



Vậy $\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c} = (7; -16)$

b) Để thực hiện phép toán tích vô hướng của hai véc-tơ, ta bấm chọn $\text{Ⓜ} \text{①} \text{①} \text{①}$

◀Vector ▶	◀Vector Calc ▶	◀Dot Product ▶
◀Func Analysis ▶	◀VctA	◀Cross Product
◀Probability ▶	◀VctB	◀Angle
◀Numeric Calc ▶	◀VctC	◀Unit Vector

Để tính $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c}$ ta nhập vào màn hình:

(VctA+VctB)·VctC

(VctA+VctB)·VctC
-11

Ⓜ

Vậy $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c} = -11$.

c) Để tính góc giữa hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ta nhập vào màn hình:

Angle(VctA, VctB)

Trong đó:

- Tính năng tính góc giữa hai véc-tơ được thực hiện bằng dãy phím $\text{Ⓜ} \text{①} \text{①} \text{③}$

◀Vector ▶	◀Vector Calc ▶	◀Dot Product ▶
◀Func Analysis ▶	◀VctA	◀Cross Product
◀Probability ▶	◀VctB	◀Angle
◀Numeric Calc ▶	◀VctC	◀Unit Vector

- Dấu , được gọi bằng dãy phím $\text{Ⓜ} \text{①}$
- Bấm phím Ⓜ để có kết quả.

Angle(VctA, VctB)
98.13010235

Vậy $(\vec{a}, \vec{b}) \approx 98,13^\circ$

CHƯƠNG VII: MẪU SỐ LIỆU KHÔNG GHEP NHÓM VÀ XÁC SUẤT THEO NGHĨA CỔ ĐIỂN

VII.1. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM VÀ ĐỘ PHÂN TÁN

Trong các bài toán thống kê, việc tính toán thủ công các số đặc trưng đo xu thế trung tâm (số trung bình, trung vị, tứ phân vị, mốt) hay đo mức độ phân tán (phương sai, độ lệch chuẩn, khoảng tứ phân vị) thường đòi hỏi rất nhiều phép cộng, trừ, nhân, chia liên tiếp. Quá trình này không chỉ tốn kém thời gian mà còn tiềm ẩn rủi ro sai sót rất cao, nhất là với những tập dữ liệu lớn. Nhờ ứng dụng **Statistics (Thống kê)** trên **máy tính CASIO fx-880BTG Plus**, những khó khăn này được giải quyết hoàn toàn. Người học chỉ cần thao tác nhập bảng số liệu (hỗ trợ cả bảng có tần số và không có tần số), máy tính sẽ xử lý và cho ra ngay lập tức một danh sách tổng hợp toàn bộ các thông số thống kê (1-Var Results). Công cụ này đóng vai trò then chốt giúp tối ưu hóa tốc độ làm bài trắc nghiệm, đảm bảo độ chính xác tuyệt đối, đồng thời giúp học sinh dồn sự tập trung vào việc hiểu và phân tích ý nghĩa của số liệu thay vì sa đà vào tính toán máy móc.

a. Yêu cầu cần đạt

Học sinh sử dụng thành thạo tính năng Statistics trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để nhập dữ liệu, trích xuất và đọc hiểu nhanh các số đặc trưng của một mẫu số liệu không ghép nhóm.

b. Bài toán

Ví dụ 1: Bảng bên dưới cho biết thời gian hoàn thành việc giải khối Rubik 3x3 (đơn vị: giây) của các bạn học sinh trong Câu lạc bộ Toán học:

Thời gian	25	30	35	40	45
Số bạn	4	8	12	6	2

a) Tính thời gian trung bình (đơn vị: giây) để nhóm học sinh hoàn thành việc giải khối Rubik 3x3.

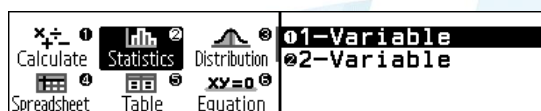
b) Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu.

- Tính năng sử dụng

1-Variable (Thống kê 1 biến) được tích hợp trong **Statistics (Thống kê)** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

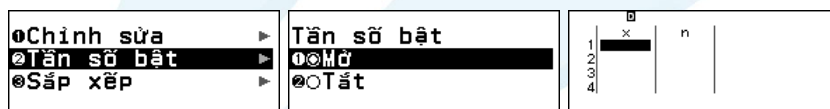
Để chọn tính năng này, thực hiện như sau:

- Bấm phím $\odot$ $\textcircled{2}$ $\textcircled{1}$

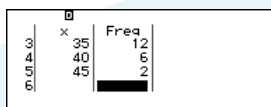


- Hướng dẫn giải

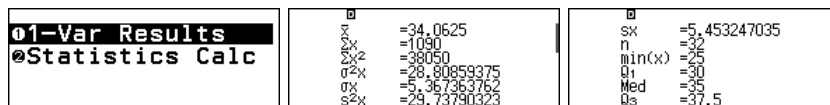
Khi nhập dữ liệu, ta cần xác định bảng thống kê của mình có được cho ở bảng tần số hay không, nếu có ta cần mở chế độ hiển thị cột tần số bằng cách bấm $\odot\odot\odot$ $\textcircled{2}$ $\textcircled{1}$



Tiếp theo, ta cần nhập tất cả giá trị và tần số tương ứng trong mẫu số liệu thống kê.



Để biết được các kết quả thống kê, ta bấm EXE $\textcircled{1}$ và dùng các phím $\vee$ $\wedge$ để dò thông tin các đại lượng cần tìm.



Dựa vào kết quả hiển thị, ta có được:

a) Thời gian trung bình để nhóm học sinh hoàn thành việc giải khối Rubik 3x3 là $\bar{x} = 34,0625$ giây.

b) Tứ phân vị của mẫu số liệu là

$$Q_1 = 30; Q_2 (= \text{Med}) = 35; Q_3 = 37,5$$

Ví dụ 2: Dưới đây là bảng thống kê điểm trung bình các môn học kì I của hai bạn Hùng và Tuấn:

	Toán	Vật lí	Hoá học	Ngữ văn	Lịch sử	Địa lí	Tin học	Tiếng Anh
Hùng	9,5	9,0	8,5	6,0	6,5	7,0	9,5	8,0
Tuấn	8,2	7,8	8,0	7,9	8,1	8,0	8,2	7,8

a) So sánh điểm trung bình học kì 1 của hai bạn.

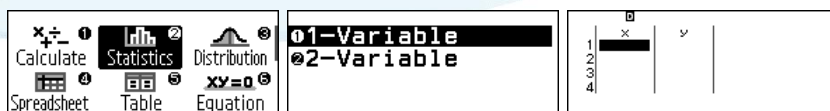
b) Tìm độ lệch chuẩn, phương sai của mẫu số liệu điểm số của hai bạn. Từ đó hãy cho biết bạn nào học đều hơn?

- Tính năng sử dụng

Vì bài này cho 2 mẫu số liệu tương ứng của hai bạn Hùng và Tuấn nên ta sẽ sử dụng tính năng **2-Variable** (Thống kê 2 biến) được tích hợp trong **Statistics** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện thao tác:

- Bấm phím $\odot$ ② ②.



Trong đó biến x đại diện cho điểm số của Hùng và biến y đại diện cho điểm số của Tuấn.

- Hướng dẫn giải

Tương tự như Ví dụ 1, trước tiên ta tiến hành nhập các dữ liệu thống kê.

x	y
8,5	8,2
9	7,8
8,5	8
6	7,9

9.5

Bấm các phím EXE ① và kết hợp các phím V ^ để xem các kết quả.

02-Var Results	$\bar{x}$	=8	$\bar{y}$	=8
Reg Results	σ^2x	=1,625	σ^2y	=0,0225
Statistics Calc	σx	=1,274754878	σy	=0,15
	s^2x	=1,857142857	s^2y	=0,225

Dựa vào các kết quả hiển thị, ta có:

a) Điểm trung bình học kỳ 1 của hai bạn Hoàng và Tuấn bằng nhau, $\bar{x} = \bar{y} = 8,0$.

b) Phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về điểm số của bạn Hùng lần lượt là $\sigma^2(x) = 1,625$ và $\sigma(x) \approx 1,274754878$...

Phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về điểm số của bạn Hùng lần lượt là $\sigma^2(y) = 0,0225$ và $\sigma(y) \approx 0,15$.

Do $\sigma(y) = 0,15 < \sigma(x) \approx 1,27$ nên bạn Tuấn học đều hơn.

VII.2. ƯỚC LƯỢNG XÁC SUẤT CỔ ĐIỂN BẰNG THỰC NGHIỆM

Trong các bài toán xác suất, ta biết rằng khi số lần thực hiện phép thử đủ lớn thì xác suất thực nghiệm sẽ tiệm cận với xác suất theo nghĩa cổ điển; tuy nhiên việc tiến hành thủ công các phép thử (như tung đồng xu, gieo xúc xắc) hàng trăm lần thường gặp những khó khăn nhất định khi xử lý theo cách thông thường. Với sự hỗ trợ của ứng dụng **Math Box (Hộp toán học)** được tích hợp trong máy tính CASIO fx-880BTG Plus, người học có thể thiết lập mô phỏng tự động các phép thử, khai thác nhanh bảng tần số tương đối và dùng chức năng này để tính giá trị gần đúng của xác suất cổ điển dựa trên xác suất thực nghiệm, từ đó giúp quá trình học tập và giải toán trở nên thuận lợi, trực quan và hiệu quả hơn.

a. Yêu cầu cần đạt

- Học sinh sử dụng được ứng dụng Hộp toán học (Math Box) trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để mô phỏng các phép thử ngẫu nhiên với số lần lặp lại lớn.
- Học sinh biết cách khai thác bảng thống kê tần số tương đối của máy tính để tìm xác suất thực nghiệm, qua đó ước lượng (tính giá trị gần đúng) xác suất theo nghĩa cổ điển của một biến cố.

b. Bài toán

Ví dụ 1: Gieo đồng thời 3 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Hãy ước lượng xác suất biến cố A: "Tổng số chấm xuất hiện trên 3 con xúc xắc bằng 10".

- Tính năng sử dụng

Mô phỏng Gieo xúc xắc (Dice Roll) trong ứng dụng Hộp toán học (Math Box) của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện như sau:

- Bấm phím $\odot$ $\otimes$ $\textcircled{1}$



- Hướng dẫn giải

Khi bắt đầu giải bài toán tính giá trị gần đúng của xác suất cổ điển thông qua mô phỏng gieo xúc xắc, ta cần xác định số lượng xúc xắc được gieo cùng lúc, loại kết quả cần thống kê và tổng số lần thực hiện phép thử.

Trong bài toán này, phép thử là gieo đồng thời 3 con xúc xắc, do đó thông số số lượng xúc xắc (Dice) cần cài đặt là 3.

Để xác suất thực nghiệm tiệm cận tốt nhất với xác suất cổ điển theo quy luật số lớn, ta chọn số lần thử (Attempts) ở mức tối đa mà máy hỗ trợ là 250 lần.

01 Die 02 Dice 03 Dice	Attempts :250 1~250 Confirm	Dice :3 Attempts :250 Same Result :Off Execute
------------------------------	--------------------------------------	---

Sau khi nhập xong hết các thông số, ta chọn Relative Freq (Tần số tương đối) để hiển thị các kết quả thống kê có liên quan.

Result Type List Relative Freq	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Sum</th> <th>Freq</th> <th>Rel Fr</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>7</td> <td>19</td> <td>0.076</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>26</td> <td>0.104</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>27</td> <td>0.108</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>29</td> <td>0.116</td> </tr> </tbody> </table>	Sum	Freq	Rel Fr	7	19	0.076	8	26	0.104	9	27	0.108	10	29	0.116	Attempts 250 0.116
Sum	Freq	Rel Fr															
7	19	0.076															
8	26	0.104															
9	27	0.108															
10	29	0.116															

Trong cột Sum (Tổng), ta dò tìm hàng có kết quả là 10 (tổng số chấm của ba con xúc xắc là 10) và tìm cột Relative Freq (Tần số tương đối) cùng dòng, kết quả có được chính là xác suất thực nghiệm sau 250 lần gieo. Kết quả này gần với xác suất của biến cố A theo nghĩa cổ điển.

Trong bài toán này, ta có $P(A) \approx 0,116$.

**PHẦN II. ỨNG DỤNG
MÁY TÍNH CASIO
FX-880BTG PLUS VÀO
CHUYÊN ĐỀ TOÁN LỚP 11**

CHƯƠNG I: GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

I.1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

Trong các bài toán về lượng giác, việc chuyển đổi linh hoạt giữa các đơn vị đo góc (độ và radian) cũng như xác định chính xác giá trị lượng giác của một góc lượng giác bất kỳ là những kỹ năng nền tảng quan trọng. Với sự hỗ trợ của các tính năng tính toán lượng giác và chuyển đổi đơn vị đo góc trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus, người dùng có thể thực hiện các phép biến đổi này một cách nhanh chóng, chuẩn xác. Điều này không chỉ giúp tối ưu hóa thời gian xử lý bài toán mà còn giúp người dùng dễ dàng kiểm tra, đối chiếu kết quả trong quá trình giải các bài toán phức tạp hơn về sau.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng thành thạo máy tính CASIO fx-880BTG để chuyển đổi qua lại giữa đơn vị độ và radian; đồng thời tính chính xác các giá trị lượng giác của một góc lượng giác khi biết số đo.

b. Bài toán

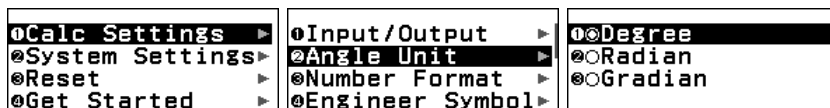
Ví dụ 1: Sử dụng máy tính cầm tay để tính $\tan\left(-\frac{7\pi}{3}\right)$ và $\sin 41^\circ 32' 57''$.

- Tính năng sử dụng

Đơn vị góc (Angle Unit) trong **Calc Settings** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

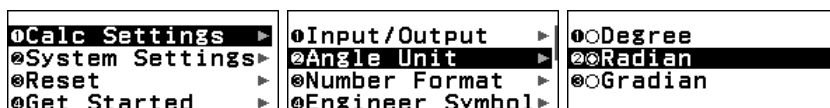
Để chọn đơn vị Độ (Degree), thực hiện:

- Bấm phím $\equiv$ ① ② ①



Để chọn đơn vị Radian (Radian), thực hiện:

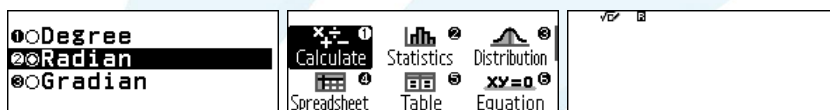
- Bấm phím $\equiv$ ① ② ②



- Hướng dẫn giải

Khi xử lý các bài toán lượng giác, trước hết cần đặc biệt quan tâm chuyển đổi chế độ tính toán của máy tính về đơn vị đo góc phù hợp.

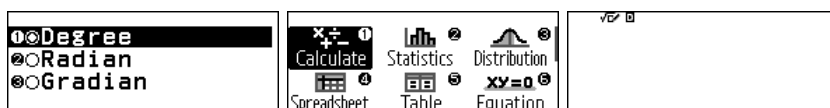
Đối với yêu cầu đầu tiên, chuyển đổi đơn vị đo góc sang radian. Sau đó, trở về chế độ tính toán bằng cách bấm phím $\odot$ OK. Khi đó, màn hình tính toán đã hiển thị đơn vị đo là **radian** (chữ R).



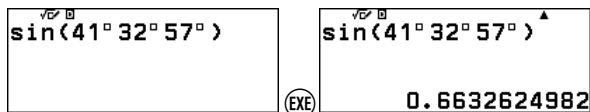
Tiếp theo, nhập biểu thức lượng giác cần tính và bấm EXE . Trên màn hình hiển thị kết quả cần tìm.

$$\tan\left(-\frac{7\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$$

Đối với yêu cầu thứ hai, thực hiện tương tự, chuyển đổi đơn vị đo góc sang độ và trở về chế độ tính toán bằng cách bấm $\equiv$ ① ② ① $\odot$ OK.



Sau đó, nhập biểu thức cần tính, chú ý dùng phím $\uparrow$ $\oplus$ để nhập số đo góc chính xác tới độ, phút, giây.



I.2. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Trong các bài toán lượng giác, bên cạnh việc tính giá trị lượng giác của một góc, việc xác định ngược lại số đo của góc khi biết giá trị lượng giác hay tìm nghiệm của phương trình lượng giác trên một khoảng, đoạn cho trước là những dạng toán quan trọng và phổ biến. Với sự hỗ trợ của các tính năng tính toán hàm ngược và giải phương trình trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus, người dùng có thể nhanh chóng tìm ra số đo góc chính xác và xác định các nghiệm thuộc phạm vi yêu cầu một cách thuận lợi, giúp tối ưu hóa quy trình giải toán và hạn chế sai sót.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng thành thạo máy tính CASIO fx-880BTG để tìm số đo của một góc lượng giác khi biết giá trị lượng giác của nó; đồng thời vận dụng linh hoạt các tính năng tính toán để tìm nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản trên một đoạn cho trước.

b. Bài toán

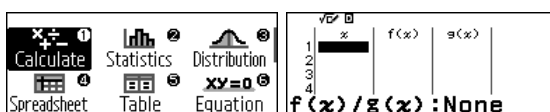
Ví dụ 1: Tìm nghiệm của phương trình sau trên nửa khoảng $[0, \pi)$:

$$2 \sin^2 x - 1 + \cos 3x = 0.$$

- Tính năng sử dụng

Bảng giá trị (Table) của hàm số và bộ giải phương trình (Solver) trong nhóm chức năng về **Phương trình (Equation)** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để gọi nhóm chức năng Bảng giá trị, thực hiện bấm phím 2nd 5

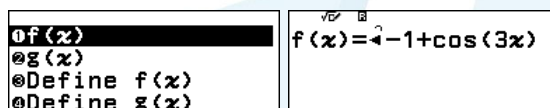


Để gọi nhóm chức năng Phương trình, thực hiện bấm phím $\odot$ ⑥

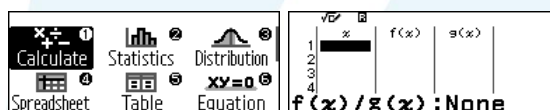


- Hướng dẫn giải

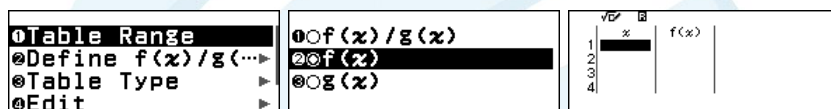
Trước hết, cần gán vế trái của phương trình vào hàm số $f(x)$. Thực hiện bấm $f(x)$ ③.



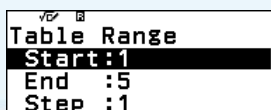
Vào chức năng bảng giá trị bằng cách bấm $\odot$ ⑤



Chọn loại bảng chỉ xuất kết quả cho hàm số $f(x)$ bằng cách bấm tổ hợp phím $\odot\odot$ ③ ②, sau đó $\odot$ $\odot$ bấm để quay trở lại màn hình hiển thị bảng giá trị.



Nhập miền xuất giá trị hàm số bằng cách bấm $\odot\odot$ ①.



Tiếp đến, chọn giá trị khởi đầu (Start) là 0, giá trị kết thúc (End) là π ,

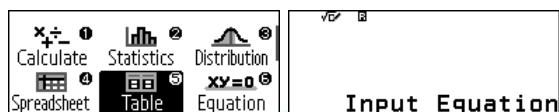
bước nhảy (Step) bằng $\frac{\pi}{44}$. Kết quả xuất ra bảng giá trị trên màn hình,

dò những chỗ hàm số $f(x)$ đổi dấu hoặc bằng 0 và ghi lại các giá trị (chỉ cần chọn giá trị đại diện nằm giữa các vị trí đổi dấu của $f(x)$).

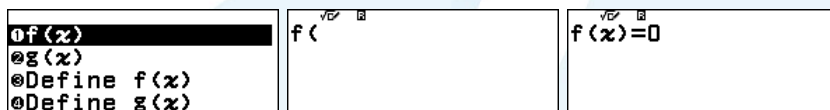
	x	$f(x)$
17	1.1423	-0.304
18	1.25	-0.121
19	1.2851	0.0855
20	1.3565	0.3103
		1.213797162

	x	$f(x)$
35	2.4275	0.3983
36	2.52	0.0677
37	2.5703	-0.273
38	2.6417	-0.611
		2.498994156

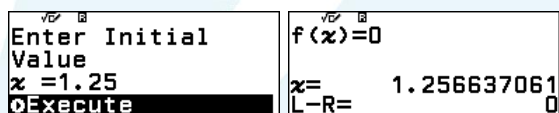
Các giá trị được ghi lại gồm: 0; 1,25 và 2,52. Tiếp theo, dùng bộ giải phương trình để tìm ra các nghiệm đề bài yêu cầu, bấm f(x) ⑥ ③.



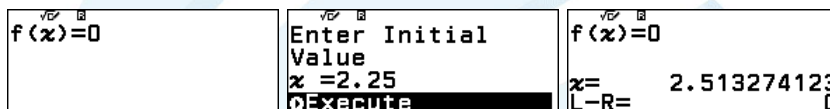
Nhập biểu thức $f(x) = 0$ bằng cách bấm f(x) ①.



Bấm EXE và truyền giá trị đầu vào bằng 1,25.



Bấm tiếp phím EXE và truyền giá trị đầu vào là 2,52, ta tìm được kết quả:



Như vậy trên nửa khoảng $[0, \pi)$, phương trình đã cho có ba nghiệm $x = 0$, $x \approx 1,2566$ và $x \approx 2,5133$. Các nghiệm này được tính theo đơn vị radian vì máy tính đang thực hiện tính toán trong chế độ của đơn vị này. Người đọc muốn giải phương trình để tìm các nghiệm với đơn vị là độ cần chuyển đổi chế độ đơn vị phù hợp trước khi thực hiện các thao tác giải.

CHƯƠNG II: CÁC BÀI TOÁN VỀ DÃY SỐ

II.1. DÃY SỐ

Trong các bài toán về dãy số, việc xác định các số hạng của dãy số cho bởi công thức tổng quát hoặc công thức truy hồi thường đòi hỏi sự tỉ mỉ và tốn nhiều thời gian nếu thực hiện bằng cách tính toán thủ công từng bước. Đặc biệt, khi cần khảo sát sự biến thiên hoặc tính tổng của nhiều số hạng đầu tiên, khối lượng tính toán sẽ tăng lên đáng kể. Với sự hỗ trợ của tính năng Table (Bảng giá trị) được tích hợp trong máy tính CASIO fx-880BTG Plus, người học có thể liệt kê nhanh danh sách các số hạng, từ đó xử lý bài toán dãy số một cách trực quan, chính xác và hiệu quả.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng thành thạo tính năng **Bảng tính (Spreadsheet)** và các lệnh tính toán dãy số trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để tìm giá trị của một số hạng bất kỳ hoặc liệt kê một tập hợp các số hạng của dãy số cho trước.

b. Bài toán

Ví dụ 1: Tính tổng chín số hạng đầu của dãy số Fibonacci (F_n) cho bởi hệ thức truy hồi:

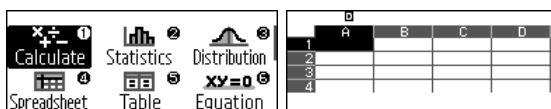
$$\begin{cases} F_1 = 1, F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad (n \geq 3). \end{cases}$$

- Tính năng sử dụng

Bảng tính (Spreadsheet) của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

Bấm phím $\odot$ $\textcircled{4}$.



- Hướng dẫn giải

Sau khi mở bảng tính, tại ô A1 và ô A2 nhập số 1.

	A	B	C	D
1	1			
2	1			
3				
4				

Tại ô A3, nhập công thức truy hồi bằng cách:

- Bấm phím FILL F1 bắt đầu điền công thức.

Fill Formula	Fill Formula
Fill Value	Form =A1+A2
Edit Cell	Range :A3:A3
Available Memory	Confirm

Sử dụng phím điều hướng qua trái LEFT để chọn miền áp dụng công thức.

Fill Formula	Fill Formula	
Form =A1+A2	Form =A1+A2	
Range :A3:A3	Range :A3:A9	
Confirm	Confirm	

Tại ô A10, nhập công thức tính tổng của các ô từ A1 đến A9 bằng cách sử dụng hàm tính tổng (Sum) với các phím bấm FILL F2 F3 .

Fill Formula	Fill Formula
Form =	Form =Sum(I
Range :A10:A10	Range :A10:A10
Confirm	Confirm

- Bấm phím FILL F2 F3 để sử dụng ký tự hàm chọn khối ô tổng từ A1 đến A9.

Fill Formula	Fill Formula	
Form =Sum(A1	Form =Sum(A1:A9)	
Range :A10:A10	Range :A10:A10	
Confirm	Confirm	

II.2. CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN

Việc giải quyết các bài toán về cấp số cộng và cấp số nhân thường xoay quanh việc tìm các yếu tố cơ bản như số hạng đầu, công sai, công bội hoặc tính tổng của n số hạng đầu tiên. Với sự hỗ trợ của các tính năng tính tổng (Summation) và bảng tính (Spreadsheet) trên máy tính CASIO

fx-880BTG Plus, người đọc có thể xử lý nhanh các yêu cầu về tìm yếu tố của cấp số và kiểm tra kết quả tính tổng một cách nhanh chóng, giúp tối ưu hóa quy trình giải toán và tăng độ chính xác cho bài làm.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng tính năng tính tổng (Summation) và bảng tính (Spreadsheet) của máy tính CASIO fx-880BTG Plus để tìm các yếu tố của cấp số cộng, cấp số nhân và thực hiện các phép tính tổng của dãy số một cách thành thạo.

b. Bài toán

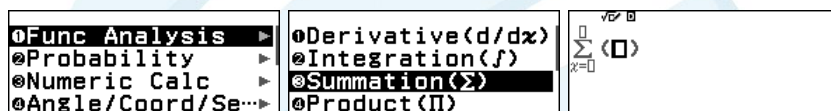
Ví dụ 1: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = 2$, $u_4 = 54$. Tính tổng của 9 số hạng đầu tiên.

- Tính năng sử dụng

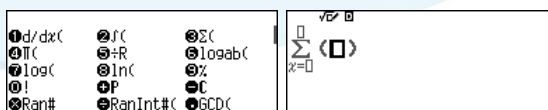
Chức năng tính tổng của một dãy số đã biết công thức tổng quát của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím MODE ① ③



Hoặc, bấm phím F1 MODE ③ để gọi nhanh tính năng này thông qua danh mục tổng hợp trực quan các hàm chức năng của máy tính.



- Hướng dẫn giải

Đầu tiên dùng công thức cấp số nhân để tìm ra công bội. Ta có

$$u_4 = u_1 q^3 \Leftrightarrow q^3 = \frac{54}{2} = 27 \Leftrightarrow q = 3.$$

Ta có thể tính tổng S_9 cần tìm bằng ba cách:

- Cách 1: Dùng bảng tính như trong ví dụ của mục II.1.
- Cách 2: Dùng công thức tổng của cấp số nhân $S_9 = u_1 \cdot \frac{q^9 - 1}{q - 1}$.

$$2 \times \frac{3^9 - 1}{3 - 1} = 19682$$

- Cách 3: Dùng chức năng tính tổng của một dãy số đã biết công thức tổng quát. Ở bài toán của chúng ta đã tính được $u_n = 2 \cdot 3^{n-1}$. Để dùng chức năng tính tổng, bấm phím $\uparrow$ $\square$ $\textcircled{3}$.

$$\sum_{x=1}^9 \langle \square \rangle$$

Nhập biểu thức dãy số và các cận để ra kết quả.

$$\sum_{x=1}^9 (2 \times 3^{x-1}) = 19682$$

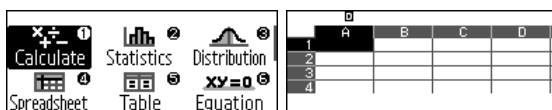
Ví dụ 2: Để thực hiện kế hoạch nhỏ, bạn Nam thực hành tiết kiệm trong 2 tuần như sau: ngày đầu tiên bạn bỏ heo 10000 đồng, những ngày sau đó bạn bỏ nhiều hơn 1000 đồng so với ngày trước đó. Hỏi sau 2 tuần, bạn Nam đã tiết kiệm được bao nhiêu tiền?

- Tính năng sử dụng

Bảng tính (Spreadsheet) của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

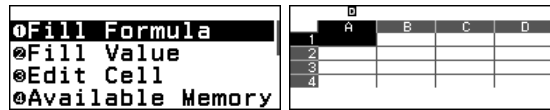
Để chọn tính năng này, thực hiện:

Bấm phím $\square$ $\textcircled{4}$

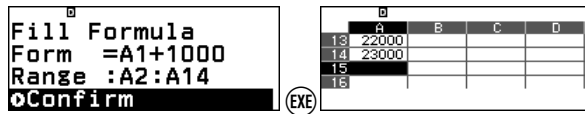


- Hướng dẫn giải

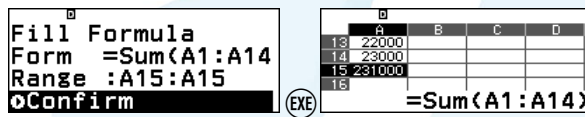
Để xóa dữ liệu bảng tính cũ, trước hết ta thực hiện $\square$ $\textcircled{7}$



Tại ô A1 nhập giá trị 10000. Tại ô A2 nhập công thức như sau:



Tại ô A15 nhập công thức tính tổng của các ô từ A1 đến A14.



Kết quả, bạn Nam tiết kiệm được 231000 đồng.

CHƯƠNG III: GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ VÀ HÀM SỐ

III.1. GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ

Trong chương trình Toán lớp 11, khái niệm giới hạn của dãy số đóng vai trò là nhịp cầu nối đến các kiến thức sâu hơn về giải tích, làm nền tảng cho việc nghiên cứu đạo hàm và tích phân sau này. Tuy nhiên, giới hạn của các dãy số chứa lũy thừa, căn thức phức tạp hoặc các dãy số cho bởi công thức tổng quát bậc cao thường gây khó khăn trong việc tính toán chính xác. Với sự hỗ trợ của tính năng Table (Bảng giá trị) trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus, người đọc có thể quan sát sự biến thiên của các số hạng khi chỉ số n ngày càng lớn. Từ đó, việc dự đoán kết quả giới hạn trở nên trực quan, giúp học sinh kiểm tra nhanh độ chính xác của các bước biến đổi tự luận.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng được tính năng Table trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để khảo sát xu hướng biến thiên của dãy số và dự đoán giá trị giới hạn của dãy số.

Hiểu và phân biệt được các kết quả hiển thị trên máy tính khi số hạng n rất lớn là các giá trị đã được làm tròn do giới hạn hiển thị của máy tính.

b. Bài toán

Ví dụ 1: Dự đoán giới hạn của dãy số (u_n) với:

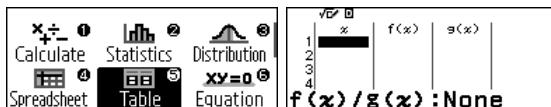
$$u_n = \frac{2^n + 2 \cdot 3^n - 1}{3 \cdot 2^n - 3^{n-1} + 2}$$

- Tính năng sử dụng

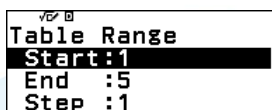
Tự động điền giá trị trong một phạm vi (**Table Range**) của nhóm chức năng về **Bảng giá trị (Table)** của hàm số.

Đề gọi nhóm chức năng Bảng giá trị, thực hiện:

- Bấm phím $\odot$ ⑤

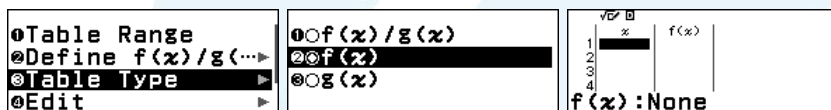


Sau đó bấm phím $\odot$ ① để chọn phạm vi tính giá trị.



- Hướng dẫn giải

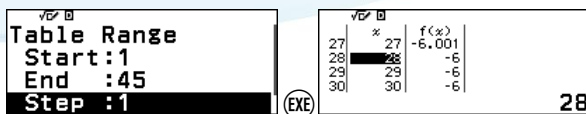
Thao tác vào chức năng bảng giá trị của hàm số, sau đó chọn loại bảng chỉ chứa $f(x)$ bằng cách bấm $\odot$ ③ ② $\odot$ ⑤ $\odot$.



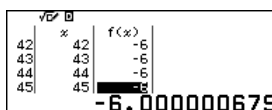
Nhập biểu thức dãy số đề cho vào $f(x)$ bằng thao tác phím $\odot$ ② ①, rồi tiếp tục bấm $\odot$ để hoàn thành thao tác nhập.

$$f(x) = \frac{2^x + 2 \times 3^x - 1}{3 \times 2^x - 3^{x-1} + 2}$$

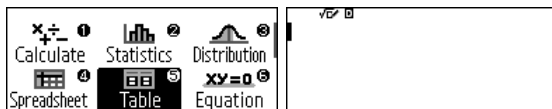
Tiếp theo, vì bảng tính chỉ hoạt động với giới hạn tối đa 45 dòng nên ta điểm phạm vi bảng cho x chạy từ 1 đến 45, bước nhảy 1. Ta thu được



Bắt đầu từ số hạng thứ 28 trở đi, ta thấy kết quả được làm tròn về -6 .



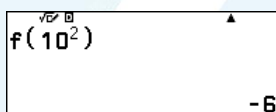
Ta dự đoán giới hạn của dãy số đề cho bằng -6 . Ta có thể kiểm tra lại kết quả này bằng cách cho số n (là biến x trong bảng giá trị) đủ lớn. Trước hết, quay trở lại chế độ tính toán thông thường bằng tổ hợp phím $\odot$ ①.



Kế đến, ta thử với $n = 10^3$, bấm f(x) ① và nhập biểu thức hàm số



Máy tính báo Math ERROR nghĩa là đã vượt quá giới hạn tính toán. Ta giảm độ lớn, thử $n = 10^2$:



Kết quả này chỉ là kết quả gần đúng sau khi máy tính đã làm tròn (vì sai số quá nhỏ vượt quá khả năng hiển thị của máy tính). Do đó, dự đoán giới hạn đã cho bằng -6 .

III.2. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

Khác với dãy số, giới hạn của hàm số yêu cầu việc khảo sát giá trị hàm số khi biến số x tiến dần đến một điểm x_0 hoặc tiến ra vô cực. Các dạng vô định như $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$ hay ∞ ; $-\infty$ thường đòi hỏi những kỹ thuật biến đổi đại số phức tạp. Bằng cách sử dụng tính năng Table hoặc thực hiện phép tính tại các giá trị rất gần điểm đang xét trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus, người đọc có thể định hướng nhanh kết quả giới hạn trái, giới hạn phải và giới hạn tại một điểm. Điều này giúp tối ưu hóa quá trình giải toán, đặc biệt trong việc nhận diện các điểm gián đoạn và tính liên tục của hàm số.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng được tính năng Table trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để khảo sát giá trị của hàm số tại lân cận điểm lấy giới hạn, từ đó dự đoán giá trị giới hạn của dãy số.

b. Bài toán

Ví dụ 1: Dự đoán giới hạn sau:

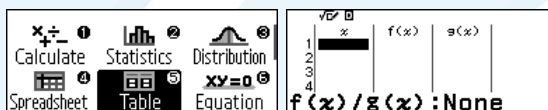
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6\sqrt{x+9} - 18}{x}.$$

- Tính năng sử dụng

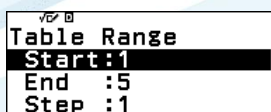
Tự động điền giá trị trong một phạm vi (**Table Range**) của nhóm chức năng về **Bảng giá trị (Table)** của hàm số.

Đề gọi nhóm chức năng Bảng giá trị, thực hiện:

- Bấm phím $\square$ ⑤



- Bấm phím $\square$ ① để chọn phạm vi tính giá trị.



- Hướng dẫn giải

Thao tác vào chức năng bảng giá trị của hàm số, chọn loại bảng chỉ chứa $f(x)$. Sau đó nhập biểu thức dãy số đề cho vào $f(x)$

$$f(x) = \frac{6\sqrt{x+9} - 18}{x}$$

Tiếp theo, ta xây dựng một dãy giá trị tiến về 0: nhập phạm vi bảng từ 0,01 đến 0, bước nhảy bằng $-\frac{0,01}{44}$ (bước nhảy lùi). Từ đó đọc kết quả:

Table Range		
Start:0.01		
End :0		
Step :-0.01144		

X	f(x)
29 3.6 x 10 ⁻³	0.9998
30 3.4 x 10 ⁻³	0.9999
31 3.1 x 10 ⁻³	0.9999
32 2.9 x 10 ⁻³	0.9999
3.409090909 x 10 ⁻³	

Ta thấy bắt đầu từ dòng số 30, máy tính hiển thị kết quả làm tròn bằng 0,9999 nên ta dự đoán giới hạn cần tìm bằng 1.

Ta có thể thử lại bằng cách cho hàm số $f(x)$ nhận một giá trị nào đó rất gần với 0, chẳng hạn cho $x = 10^{-9}$. Kết quả lúc này được làm tròn về 1 do sai số quá nhỏ vượt quá khả năng hiển thị của máy tính.

f(10 ⁻⁹)
1

CHƯƠNG IV: HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

IV.1. PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

Trong các bài toán giải phương trình mũ và logarit, việc thực hiện các phép biến đổi đưa về cùng cơ số hay đặt ẩn phụ thường đi kèm với các bước tính toán giá trị số mũ và logarit phức tạp, dễ dẫn đến sai sót nếu thực hiện thủ công, đặc biệt là với các nghiệm không nguyên. Với sự hỗ trợ của các tính năng tính toán giá trị hàm số và bộ giải phương trình (Solver) được tích hợp trong máy tính CASIO fx-880BTG Plus, người đọc có thể tìm kiếm nhanh kết quả nghiệm và sử dụng nó như phương án để kiểm tra tính đúng đắn của các bước biến đổi tự luận một cách trực quan.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng máy tính CASIO fx-880BTG Plus để thực hiện chính xác các phép tính về lũy thừa, mũ, logarit và vận dụng bộ giải phương trình để tìm nghiệm của các phương trình mũ, phương trình logarit cơ bản.

b. Bài toán

Ví dụ 1: Tính các giá trị sau (nếu có thể):

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}; (-8)^{\frac{1}{3}}; \log_3 2; \log 20 \text{ và } \ln 10.$$

- Tính năng sử dụng

Hàm số mũ và logarit trong cụm chức năng về **phân tích hàm (Func Analysis)**, được hiển thị trực quan trên giao diện máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

- Hướng dẫn giải

Lần lượt nhập các dữ kiện bài toán và xuất kết quả hiển thị như sau:

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$	$(-8)^{\frac{1}{3}}$	
9	-2	

$\log_3(2)$	$\log(20)$	$\ln(10)$
0.6309297536	1.301029996	2.302585093

Trong các tính toán trên, ta xem xét kết quả $(-8)^{\frac{1}{3}} = -2$. Điều này xuất phát từ việc các hệ thống tính toán theo tiêu chuẩn kỹ thuật thường ưu tiên đồng nhất $a^{\frac{m}{n}}$ với $\sqrt[n]{a^m}$ khi n là số tự nhiên lẻ để mở rộng phạm vi ứng dụng.

Do đó, người đọc cần phân biệt rõ kết quả này và kiến thức phù hợp trong các sách giáo khoa để tránh sai sót khi xác định tập xác định của hàm số.

IV.2. ỨNG DỤNG CỦA HÀM SỐ MŨ VÀ LOGARIT

Việc giải quyết các bài toán ứng dụng của hàm số mũ và logarit trong thực tiễn, tiêu biểu như bài toán về lãi suất kép, sự tăng trưởng quần thể vi khuẩn hay xác định nồng độ pH, thường gắn liền với những công thức có thông số kỹ thuật lớn và các biểu thức phức tạp. Sự trợ giúp mạnh mẽ từ các chức năng phép tính số học trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus không chỉ giúp xử lý triệt để các giới hạn về hiển thị hay sai số mà còn giúp tập trung hơn vào việc phân tích và hiểu rõ bản chất của các mô hình toán học trong đời sống.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng được các chức năng Phép tính số của máy tính CASIO fx-880BTG Plus để giải quyết trọn vẹn các bài toán mô hình hóa thực tiễn liên quan đến mũ và logarit.

b. Bài toán

Ví dụ 1: Ở điều kiện phòng thí nghiệm thích hợp, số lượng vi khuẩn *Escherichia coli* có thể tăng gấp đôi sau mỗi 20 phút (Nguồn: <https://www.britannica.com/science/bacteria>).

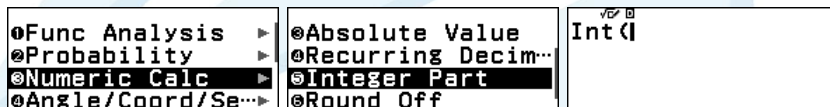
Một mẫu nuôi cấy ban đầu có 1 vi khuẩn *Escherichia coli*. Giả sử trong suốt quá trình quan sát, quần thể luôn tăng gấp đôi sau mỗi 20 phút và bỏ qua mọi giới hạn về dinh dưỡng, không gian và các yếu tố môi trường. Sau 30 ngày, số lượng vi khuẩn trong mô hình này sẽ là 2^{2160} .

Người ta cần viết lại số lượng vi khuẩn dưới dạng thông số kỹ thuật $k \times 10^n$ (trong đó k, n là các số tự nhiên thỏa mãn $1 \leq k < 10$, k được làm tròn đến hai chữ số thập phân). Hãy xác định k và n .

- Tính năng sử dụng

Dùng hàm logarit cơ số 10 trong cụm chức năng về **Phân tích hàm (Func Analysis)** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus để hỗ trợ xử lý tính toán trên màn hình.

Phản nguyên của một số thực trong cụm chức năng **Phép tính số (Numeric Calc)**. Để chọn tính năng này, thực hiện bấm MODE 3 5



- Hướng dẫn giải

Đặt $X = 2^{2160} = k \times 10^n$ (khi đó $(n + 1)$ chính là số chữ số của X).

Đặt $A = \log X = 2160 \log 2$ thì $A = n + \log k$. Suy ra $n = \text{Int}(A)$.

Với mục đích làm gọn các tính toán, ta gán giá trị của A vào biến nhớ A của máy tính. Muốn làm điều này, trước hết nhập biểu thức tính A rồi bấm EXE để xuất kết quả.

2160log(2)
650.2247906

Thực hiện thao tác 2ND OK OK để gán giá trị vừa tính vào biến nhớ A.

A=0	B=0	Store
C=0	D=0	Recall
E=0	F=0	Edit
X=0	Y=0	
Z=0		

Để tính n ta cần gọi hàm phần nguyên, bấm phím 2ND 3 5 .

Int(A)
650

Để tìm k , ta tìm bốn chữ số đầu tiên của số $X = 2^{2160}$. Do X có $(n + 1)$ chữ số nên bốn chữ số cần tìm chính là kết quả của

$$\text{Int}\left(\frac{X}{10^{n+1-4}}\right) = \text{Int}\left(\frac{10^A}{10^{647}}\right) = \text{Int}(10^{A-647})$$

Int(10^{A-647})
1677

Ta thu được $k = 1,68$ và $n = 650$. Suy ra $2^{2160} \approx 1,68 \times 10^{650}$.

CHƯƠNG V: ĐẠO HÀM

V.1. ĐẠO HÀM VÀ Ý NGHĨA HÌNH HỌC CỦA ĐẠO HÀM

Trong các bài toán về tiếp tuyến của đồ thị hàm số, việc xác định hệ số góc của tiếp tuyến yêu cầu tính toán chính xác đạo hàm của hàm số tại hoành độ của tiếp điểm. Với sự hỗ trợ của tính năng Đạo hàm được tích hợp sẵn trong cụm chức năng Phân tích hàm (Func Analysis) của máy tính CASIO fx-880BTG Plus, người học có thể tính ngay giá trị đạo hàm tại một điểm cụ thể. Điều này giúp quá trình lập phương trình tiếp tuyến trở nên trực quan, chính xác và tiết kiệm thời gian, đồng thời là công cụ hữu hiệu để kiểm tra lại các kết quả tính toán tự luận.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng được máy tính CASIO fx-880BTG Plus để tính chính xác đạo hàm của hàm số tại một điểm cho trước. Từ đó vận dụng để thiết lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm thuộc đồ thị một cách thành thạo.

b. Bài toán

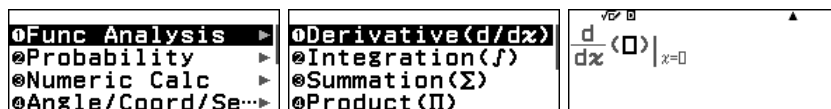
Ví dụ 1: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

Tính năng sử dụng

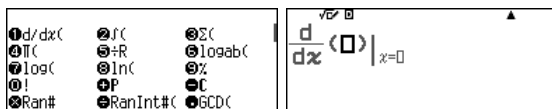
Đạo hàm trong cụm chức năng về **Phân tích hàm (Func Analysis)** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, có hai cách thực hiện:

- Bấm phím $\square$ ① ①

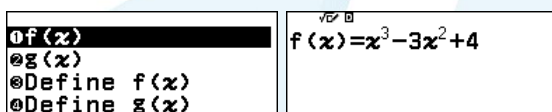


Hoặc, bấm phím $\uparrow$ $\square$ $\odot$ để gọi nhanh tính năng đạo hàm thông qua danh mục tổng hợp trực quan các hàm chức năng của máy tính.

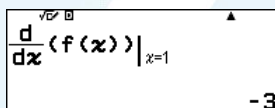


- Hướng dẫn giải

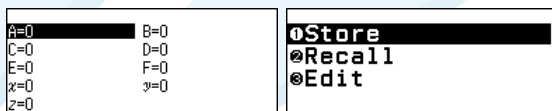
Trước hết, ta nhập biểu thức hàm số đã cho vào $f(x)$. Bấm f(x) $\odot$ $\odot$ rồi bắt đầu nhập liệu.



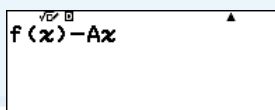
Để tìm hệ số góc của tiếp tuyến, ta gọi phép tính đạo hàm $f'(1)$.



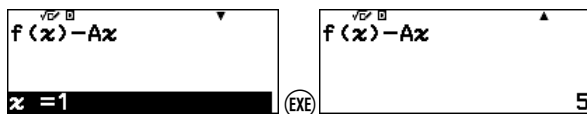
Sau đó gán kết quả vào A bằng cách bấm phím Ans OK OK



Để tìm hệ số tự do b , chú ý rằng $b = f(x_0) - ax_0$ với $x_0 = 1$. Trước hết ta nhập biểu thức cần tính.



Sau đó thực hiện tính toán giá trị biểu thức vừa nhập tại $x_0 = 1$, bấm Ans $\odot$ $\odot$



Như vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = -3x + 5$.

V.2. ỨNG DỤNG CỦA ĐẠO HÀM

Việc giải quyết các bài toán thực tiễn liên quan đến tốc độ biến thiên tức thời, như xác định vận tốc của vật chuyển động hay tốc độ tăng trưởng của một quần thể, thường gắn liền với các phương trình chứa đạo hàm. Trong nhiều trường hợp, việc tìm nghiệm của phương trình $f'(x) = k$ bằng phương pháp thủ công gặp khó khăn do biểu thức đạo hàm phức tạp hoặc dẫn đến các phương trình siêu việt. Sự hỗ trợ từ Bộ giải phương trình (Solver) trong nhóm chức năng Phương trình (Equation) của máy tính CASIO fx-880BTG Plus cho phép người dùng giải trực tiếp các phương trình chứa ký hiệu đạo hàm mà không cần xác định tường minh biểu thức đạo hàm đó. Điều này giúp tập trung vào việc phân tích mô hình toán học và đưa ra các kết luận thực tiễn một cách nhanh chóng.

a. Yêu cầu cần đạt

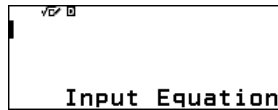
Sử dụng được tính năng Bộ giải phương trình (Solver) kết hợp với các tính năng liên quan đến hàm số (Function) trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để giải các phương trình chứa đạo hàm liên quan đến mô hình thực tế. Từ đó vận dụng linh hoạt các kỹ năng tính toán đạo hàm để giải quyết trọn vẹn các dạng bài toán này.

b. Bài toán

Ví dụ 1: Một người nuôi ong đang bắt đầu nuôi một đàn ong mới. Số lượng ong (ngàn con) tại thời điểm t (năm) tính từ khi thành lập đàn được cho bởi mô hình

$$B(t) = 4e^{1,4t}.$$

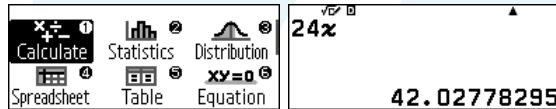
Hãy xác định tốc độ tăng trưởng (ngàn con/năm) của đàn ong sau một năm kể từ khi thành lập đàn. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì tốc độ tăng trưởng của đàn ong đạt 65 ngàn con mỗi năm?



Vì biểu thức đạo hàm $B'(x)$ đã lưu vào hàm số $f(x)$ nên ta chỉ cần đơn giản nhập phương trình $f(x) = 65$ và thực hiện giải.



Nghiệm được tự động gán vào biến nhớ x của máy tính. Để thu được kết quả cuối cùng của bài toán, quay trở lại chức năng phép tính thường bằng cách bấm $\odot \odot \text{EXE}$.



Như vậy, sau hơn 42 tháng thì tốc độ tăng trưởng của đàn ong đạt 65 ngàn con/năm.

CHƯƠNG VI: CÁC BÀI TOÁN VỀ HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

VI.1. GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH TRONG KHÔNG GIAN

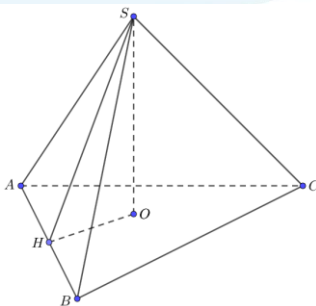
Trong các bài toán về hình học không gian, việc xác định và tính toán các đại lượng về góc và khoảng cách thường đòi hỏi khả năng tư duy hình khối và kỹ năng tính toán phức tạp qua nhiều bước trung gian. Với sự hỗ trợ của các tính năng như Heron's Formula hay các phép toán trong môi trường Geometry của máy tính CASIO fx-880BTG Plus, người đọc có thể nhanh chóng giải quyết các bước tính toán diện tích, độ dài cạnh, từ đó tập trung vào việc xác định đúng bản chất hình học của bài toán, giúp quá trình giải toán trở nên thuận lợi, chính xác và hiệu quả hơn.

a. Yêu cầu cần đạt

Biết cách khai thác tính năng Heron's Formula và các công thức giải tam giác trong mục Geometry để tính toán các yếu tố đáy (diện tích, chiều cao). Từ đó, kết hợp được tư duy hình học không gian với kỹ năng thao tác máy tính để giải quyết các bài toán về khoảng cách và góc.

b. Bài toán

Ví dụ 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $AB = 6$, $BC = 7$, $CA = 8$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 70° . Tính gần đúng thể tích của khối chóp $S.ABC$ (chính xác đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy).

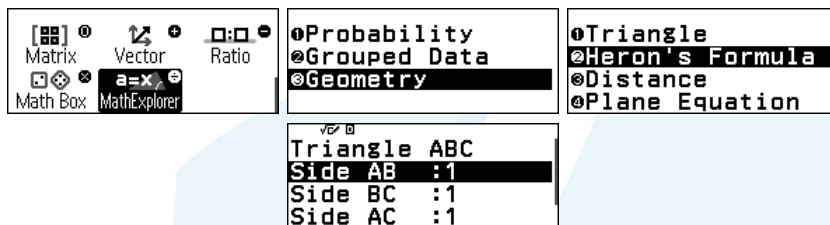


- Tính năng sử dụng

Công thức Heron (**Heron's Formula**) trong **Geometry** của **MathExplorer** trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

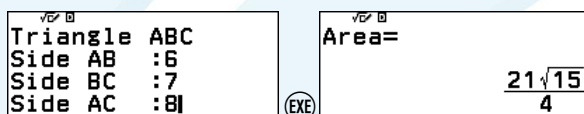
Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\triangle$ $\div$ $\odot$ $\odot$



- Hướng dẫn giải

Trước hết, cần tính được diện tích đáy ABC của hình chóp $S.ABC$. Chọn tính năng công thức Heron và nhập chính xác độ dài các cạnh AB, BC, CA như đề cho.



Gán kết quả tính S_{ABC} vào biến z (tránh gán vào biến x vì có khả năng sẽ tự động bị lưu đè trong nhiều thao tác mặc định của máy tính). Bấm phím $\triangle$ $\div$ $\odot$ $\odot$, sau đó điều hướng cho dấu nhắc đen đến vị trí biến z rồi bấm $\odot$ hai lần.



Gọi O là hình chiếu vuông góc của S trên đáy ABC . Do $SA = SB = SC$ nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khi đó ta tính được bán kính $R = \frac{abc}{4S}$.

$\frac{6 \times 7 \times 8}{4z}$	$\frac{16\sqrt{15}}{15}$
----------------------------------	--------------------------

Vẽ $OH \perp AB$. Theo giả thiết ta có $\widehat{SHO} = 70^\circ$. Để tính chiều cao SO của hình chóp $S.ABC$, ta cần tính $OH = \sqrt{R^2 - AH^2}$ (định lý Pytago trong tam giác vuông AOH).

$\sqrt{\text{Ans}^2 - 3^2}$	$\frac{11\sqrt{15}}{15}$
-----------------------------	--------------------------

Khi đó thể tích cần tìm được tính bởi $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SO.S_{ABC} = \frac{1}{3}OH.\tan 70^\circ.S_{ABC}$. Kết quả thu được là $V_{S.ABC} \approx 52,89$.

$\frac{1}{3}\text{Ans} \times \tan(70) \times z$	52.88894032
--	---------------

CHƯƠNG VII. MẪU SỐ LIỆU GHEP NHÓM VÀ QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

VII.1. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM VÀ MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHEP NHÓM

Trong các bài toán tìm các số đặc trưng đo xu thế tập trung và mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm, việc tính toán thủ công thường gặp những khó khăn nhất định khi xử lí. Với sự hỗ trợ của các tính năng Grouped Data (Dữ liệu ghép nhóm) được tích hợp trong MathExplorer (Khám phá Toán) của máy tính CASIO fx-880BTG Plus, người học có thể nhập trực tiếp dữ liệu khoảng ghép nhóm và khai thác nhanh các kết quả cần thiết (như số trung bình, mốt, phương sai, độ lệch chuẩn, và các tứ phân vị), từ đó giúp quá trình giải toán trở nên thuận lợi, chính xác và hiệu quả hơn.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng tính năng Grouped Data trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để nhập mẫu số liệu ghép nhóm và khai thác các kết quả thống kê.

b. Bài toán

Ví dụ 1: Một người chia thời lượng (đơn vị: giây) thực hiện các cuộc gọi điện thoại của mình trong một tuần thành sáu nhóm và lập bảng tần số sau ghép nhóm như sau:

Nhóm	[0;40)	[40;80)	[80;120)	[120;160)	[160;200)	[200;240)
Tần số	11	10	6	8	4	1

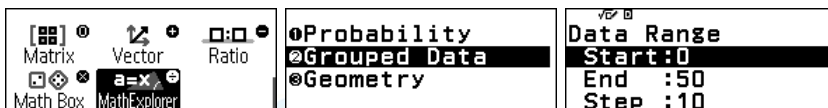
Hãy tính số trung bình, mốt, trung vị, tứ phân vị thứ nhất, thứ ba, phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.

Tính năng sử dụng

Grouped Data trong **MathExplorer** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

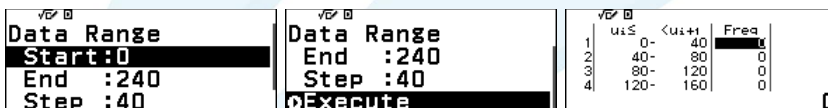
- Bấm phím $\square \div \textcircled{2}$



- Hướng dẫn giải

Khi nhập dữ liệu ghép nhóm, trước hết cần xác định rõ các yếu tố: giá trị bắt đầu, giá trị kết thúc và tần số tương ứng của mỗi nhóm.

Đối với dữ liệu của bài toán này, ta tiến hành nhập giá trị bắt đầu (*Start*) là **0** và giá trị kết thúc (*End*) là **240**. Quan sát bảng số liệu cho thấy các giá trị được chia đều với khoảng cách **40** đơn vị, do đó thiết lập **Step = 40**.



Tiếp theo, nhập tần số tương ứng của từng nhóm vào cột **Freq**.



Sau khi hoàn tất việc nhập dữ liệu ghép nhóm, máy tính CASIO fx-880BTG Plus cho phép tính nhanh các đặc trưng thống kê của mẫu số liệu. Trên màn hình lựa chọn đại lượng, người dùng có thể truy xuất lần lượt các giá trị như trung bình, phương sai, độ lệch chuẩn, các tứ phân vị, khoảng tứ phân vị và một. Kết quả hiển thị trên màn hình có thể lưu vào biến để sử dụng cho các phép tính tiếp theo.

- Bấm phím $\textcircled{1}$ để tính số trung bình.

Mean= 87

- Bấm $\odot$ để quay về màn hình danh sách lựa chọn các đại lượng cần tính.

Mean
Variance
Std. Deviation
Q₁

- Tương tự, bấm phím $\odot$ để tính trung vị

Median= 76

- Bấm phím số 4 để tính tứ phân vị thứ nhất.

Q₁= $\frac{400}{11}$

- Bấm phím số 6 để tính tứ phân vị thứ ba.

Q₃= 135

- Bấm phím số 8 để tính mốt.

Mode= $\frac{110}{3}$

- Bấm phím số 2 để tính Phương sai.

Variance= 3311

- Bấm phím số 3 để tính Độ lệch chuẩn.

Std. Deviation= 57.54128952

Để lưu một kết quả cho những lần sử dụng tiếp theo, sau khi máy hiển thị giá trị, ta bấm phím **($\frac{1}{x}$)**, chọn biến cần lưu (bên dưới là ví dụ cho trường hợp lưu tứ phân vị thứ nhất vào biến A) và bấm hai lần phím **(OK)**

$\sqrt{x}$	A=0	B=0	Store
Q ₁ =	C=0	D=0	Edit
	E=0	F=0	
	x=0	y=0	
	z=0		
400 11			

Để xem kết quả đã lưu, ta bấm chọn 

```
A=36.3636363 B=0
C=0 D=0
E=0 F=0
x=0 y=0
Z=0
```

VII.2. NHÂN XÁC SUẤT CHO HAI BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

Trong các bài toán tính xác suất của biến cố giao của hai biến cố độc lập, việc xử lý theo cách tính toán thủ công hoàn toàn có thể thực hiện được thông qua công thức nhân xác suất. Tuy nhiên, với sự hỗ trợ của tính năng tính Mult. Indep Evts (Nhân biến cố độc lập) được tích hợp trong MathExplorer (Khám phá Toán) của máy tính CASIO fx-880BTG Plus, người học có thể nhập trực tiếp các dữ liệu của xác suất thành phần và khai thác nhanh kết quả cần thiết, từ đó giúp quá trình kiểm tra đáp án và giải toán trở nên thuận lợi, chính xác và hiệu quả hơn.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng được tính năng Mult. Indep Evts trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để tính nhanh xác suất của biến cố giao của hai biến cố độc lập.

b. Bài toán

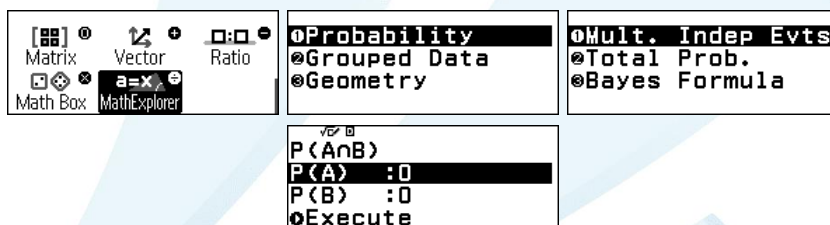
Ví dụ 1: Trong phong trào trồng cây mùa xuân của trường, học sinh Tuấn tiến hành gieo một hạt giống hoa hồng và học sinh Mai gieo một hạt giống hoa hướng dương. Biết rằng xác suất nảy mầm của hạt giống hoa hồng là 0,8 và xác suất nảy mầm của hạt giống hoa hướng dương là 0,85. Tính xác suất để cả hai hạt giống đều nảy mầm.

Tính năng sử dụng

Mult. Indep Evts trong **MathExplorer** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, ta thực hiện:

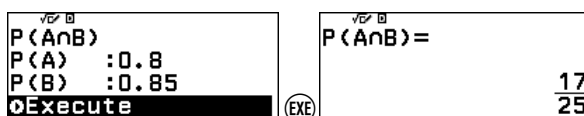
- Bấm phím $\square$ $\div$ $\square$ $\square$



- Hướng dẫn giải

Khi áp dụng công thức xác suất toàn phần, trước hết cần xác định rõ biến cố cần tính là tích của hai biến cố nào. Với bài toán này, biến cố: “Cả hai hạt giống đều nảy mầm” là tích của biến cố A : “Hạt giống hoa hồng nảy mầm” và biến cố B : “Hạt giống hoa hướng dương nảy mầm”. Hơn nữa, vì sự nảy mầm của hai hạt giống ở hai chậu khác nhau là hoàn toàn không ảnh hưởng đến nhau nên A và B là hai biến cố độc lập.

Theo đề bài, $P(A) = 0,8$ và $P(B) = 0,85$. Ta nhập dữ liệu vào máy tính để thu được kết quả của xác suất cần tìm.



VII.3. XÁC SUẤT TOÀN PHẦN

Công thức xác suất toàn phần là một trong những nền tảng quan trọng của lý thuyết xác suất. Việc áp dụng công thức đòi hỏi người học phải thực hiện chuỗi các phép tính cộng và nhân liên tiếp nhiều số thập phân hoặc phân số, thường gặp những khó khăn nhất định khi xử lý theo cách thông thường do rất dễ tính nhầm hoặc bấm sót số liệu. Với sự hỗ trợ của tính năng Total prob. (Xác suất toàn phần) được tích hợp trong MathExplorer (Khám phá Toán) trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus, người học có thể nhập trực tiếp dữ liệu và khai thác nhanh các kết quả cần thiết, từ đó giúp quá trình giải toán trở nên thuận lợi, chính xác và hiệu quả hơn.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng được tính năng Total prob. trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để tính nhanh xác suất toàn phần bằng kỹ năng nhập trực tiếp các xác suất tương ứng.

b. Bài toán

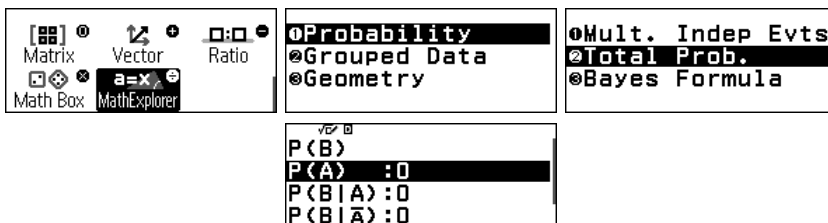
Ví dụ 1: Sau giờ học, bạn Nhật Quang thường nán lại sân trường để tập thể thao. Mỗi buổi chiều, Quang chỉ chọn tập đúng một môn: Bóng rổ hoặc Cầu lông. Nếu chiều nay Quang tập Bóng rổ thì xác suất chiều mai Quang chuyển sang tập Cầu lông là 0,8. Nếu chiều nay Quang tập Cầu lông thì xác suất chiều mai Quang tập Bóng rổ là 0,6. Xét một tuần mà chiều thứ tư Quang tập Cầu lông. Tính xác suất để chiều thứ sáu trong tuần đó Quang tập Bóng rổ.

- Tính năng sử dụng

Total prob. trong MathExplorer của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\odot$ $\div$ ① ②



- Hướng dẫn giải

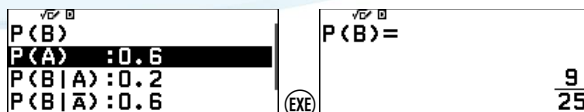
Khi áp dụng công thức xác suất toàn phần, trước hết cần xác định rõ các yếu tố sau:

- Biến cố B chính là biến cố mà đề bài yêu cầu tìm xác suất.
- Hệ biến cố đầy đủ (A và $\bar{A}$) là hai biến cố xung khắc và vét cạn (hợp của chúng là không gian mẫu), đóng vai trò là điều kiện dẫn đến sự xuất hiện của biến cố B .

Đối với bài toán này, biến cố cần tính B là “Chiều thứ sáu Quang tập Bóng rổ”. Để tính được xác suất $P(B)$, ta xét các điều kiện chi phối từ chiều hôm trước.

Hệ biến cố đầy đủ ở đây gồm biến cố A : “Chiều thứ năm Quang tập Bóng rổ” và biến cố đối $\bar{A}$: “Chiều thứ năm Quang tập Cầu lông”. Do chiều thứ tư Quang đã tập cầu lông nên xác suất để chiều thứ năm Quang tập bóng rổ là $P(A) = 0,6$.

Các xác suất có điều kiện tương ứng để chiều thứ sáu Quang tập Bóng rổ lần lượt là $P(B|A) = 0,2$ và $P(B|\bar{A}) = 0,6$. Nhập dữ liệu và bấm vận hành để thu được kết quả.



**PHẦN III. ỨNG DỤNG
MÁY TÍNH CASIO
FX-880BTG PLUS VÀO
CHUYÊN ĐỀ TOÁN LỚP 12**

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

I.1. CỰC ĐẠI, CỰC TIỂU

Việc xác định cực đại, cực tiểu là bước quan trọng để phân tích hình dạng đồ thị và tìm các điểm đặc biệt của hàm số. Bên cạnh phương pháp lập bảng biến thiên, các tính năng **Equation** và **Table** trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus giúp quét nhanh miền xác định, hỗ trợ dự đoán và xác định chính xác tọa độ cực trị. Đây là công cụ hiệu quả để kiểm chứng kết quả khi sử dụng đạo hàm và xét dấu.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng tính năng **Table** để khoanh vùng biến thiên và **Equation** (Polynomial/Solver) để xác định chính xác tọa độ cực trị.

b. Bài toán

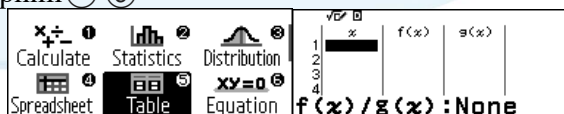
Ví dụ 1: Tìm các điểm cực trị của hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$ trên tập xác định.

- Tính năng sử dụng

Dữ liệu bảng giá trị (Table) của máy tính CASIO fx-880BTG Plus để khảo sát sự biến thiên và dự đoán khoảng chứa cực trị.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

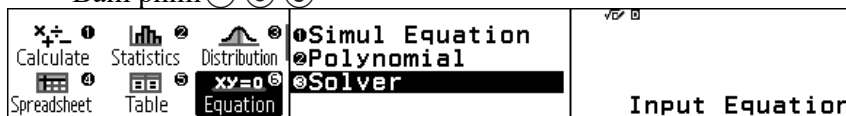
- Bấm phím $\triangle$ ⑤



Giải phương trình (Solver) của máy tính CASIO fx-880BTG Plus để giải phương trình đạo hàm, xác định chính xác tọa độ cực trị.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\triangle$ 6 3

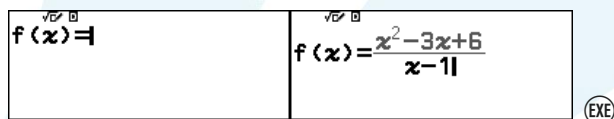
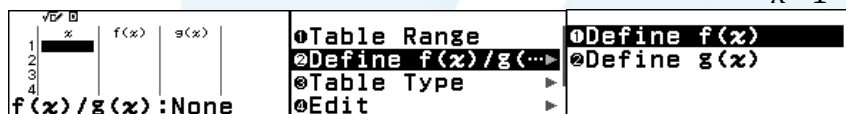


- Hướng dẫn giải

Khi nhập dữ liệu của bảng giá trị, trước hết ta cần xác định hàm số, phạm vi bảng.

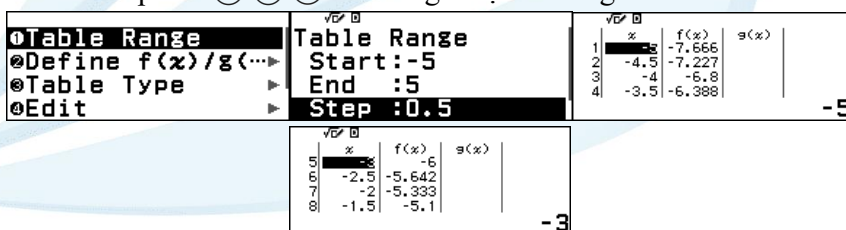
Để nhập hàm số, ta thực hiện như sau:

- Bấm phím $\triangle$ 5 $\circ\circ\circ$ 2 1 để nhập biểu thức $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$



Để cài đặt phạm vi bảng (**Table Range**), ta thiết lập Start: -5, End: 5, Step: 0.5 (để bao quát giá trị $x = 1$ nơi hàm số không xác định)

- Bấm phím $\circ\circ\circ$ 1 EXE để xuất giá trị của bảng.



- Bấm phím ∇ $\triangle$ để cuộn xuống/lên màn hình.

Phân tích: Chúng ta thấy tại $x = 1$ máy báo **ERROR**. Tại $x = -1$ giá trị $y = -5$ (có xu hướng là đỉnh) và tại $x = 3$ giá trị $y = 3$ (có xu hướng là đáy).

Kết luận tọa độ: Điểm Cực đại: $M(-1; -5)$; Điểm Cực tiểu: $N(3; 3)$.

I.2. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

Bài toán tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất đóng vai trò then chốt trong các bài toán tối ưu thực tiễn. Với sự hỗ trợ của **Equation** và **Table** trên CASIO fx-880BTG Plus, có thể nhanh chóng khảo sát toàn bộ miền xác định, xác định các giá trị biên một cách trực quan và chính xác, từ đó đảm bảo độ tin cậy của kết quả

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng thành thạo tính năng **Table** để thiết lập vùng quét (**Range**) thông minh, giúp xác định chính xác GTLN, GTNN trên cả khoảng và đoạn.

Làm chủ kỹ thuật chọn **Step** tối ưu ($\frac{End - Start}{44}$) để tận dụng tối đa 45 dòng hiển thị, đảm bảo không bỏ sót các điểm cực trị quan trọng.

b. Bài toán

Ví dụ 1: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10 \text{ trên đoạn } [-2; 4].$$

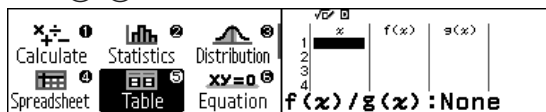
- Tính năng sử dụng

Bảng giá trị để liệt kê các giá trị của hàm số trên đoạn cho trước, từ đó so sánh và tìm ra GTLN, GTNN. Để tránh bỏ sót các điểm cực trị nằm giữa các khoảng, chúng ta nhớ quy tắc chia Step tùy theo độ rộng của khoảng:

Độ rộng khoảng ($L = End - Start$)	Step đề xuất	Mục đích
L là số nguyên nhỏ (ví dụ 1 đến 5)	0.1 hoặc 0.05	Độ chính xác cao, dễ nhìn.
L là số lớn hoặc lẻ	$L \div 44$	Tận dụng tối đa bộ nhớ của CASIO fx-880BTG Plus.
Khoảng lượng giác (0 đến 2π)	$\pi \div 12$ hoặc 15°	Phù hợp với các điểm đặc biệt trên đường tròn lượng giác.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

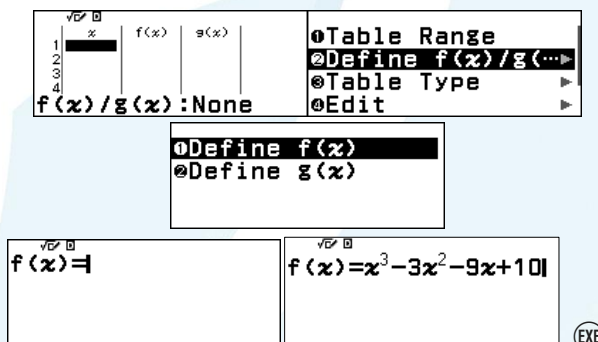
- Bấm phím $\triangle$ ⑤



- Hướng dẫn giải

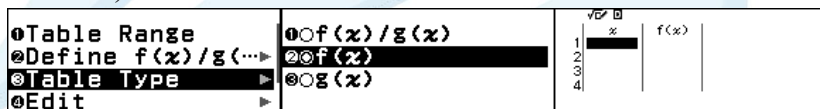
Đề nhập hàm số, thực hiện như sau:

- Bấm phím $\triangle$ ⑤ $\circ\circ\circ$ ② ① để nhập $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$



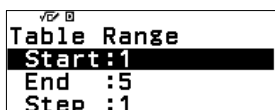
Thiết lập kiểu bảng (Tối ưu vùng nhìn) để bảng dễ nhìn và tập trung vào một hàm:

- Bấm phím $\circ\circ\circ$ ③ ② $\triangle$ để chọn $f(x)$ (tắt cột $g(x)$ không cần thiết)



Thiết lập phạm vi quét (Table Range): Đây là bước quan trọng nhất để không bỏ sót đáp án:

- Bấm phím $\circ\circ\circ$ ①



Step: Nhập $(4 - (-2)) \div 44$, tức là $6 \div 44 \approx 0,136$ (hoặc đơn giản có thể chọn 0,1 hoặc 0,2 để số liệu đẹp như hình minh họa).

Table Range Start:-2 End:4 Step:0.2	EXE	<table><tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr><tr><td>1</td><td>8</td></tr><tr><td>2</td><td>-1.8</td></tr><tr><td>3</td><td>-1.6</td></tr><tr><td>4</td><td>-1.4</td></tr></table> -2	x	f(x)	1	8	2	-1.8	3	-1.6	4	-1.4	<table><tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr><tr><td>5</td><td>14.752</td></tr><tr><td>6</td><td>15</td></tr><tr><td>7</td><td>-0.8</td></tr><tr><td>8</td><td>-0.6</td></tr></table> -1.2	x	f(x)	5	14.752	6	15	7	-0.8	8	-0.6
x	f(x)																						
1	8																						
2	-1.8																						
3	-1.6																						
4	-1.4																						
x	f(x)																						
5	14.752																						
6	15																						
7	-0.8																						
8	-0.6																						

Dựa vào bảng kết quả xuất hiện trên màn hình, thực hiện thao tác cuộn phím xuống $\downarrow$ để so sánh các giá trị ở cột $f(x)$:

Tại $x = -1$, ta thấy $f(x) = 15$. Đây là giá trị cao nhất xuất hiện trong bảng.

Tại $x = 3$, ta thấy $f(x) = -17$. Đây là giá trị thấp nhất xuất hiện trong bảng.

<table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td>9</td><td>13.056</td></tr><tr><td>10</td><td>-0.2</td></tr><tr><td>11</td><td>0</td></tr><tr><td>12</td><td>0.2</td></tr></table>	x	$f(x)$	9	13.056	10	-0.2	11	0	12	0.2	-0.4	<table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td>13</td><td>5.984</td></tr><tr><td>14</td><td>0.6</td></tr><tr><td>15</td><td>0.8</td></tr><tr><td>16</td><td>1</td></tr></table>	x	$f(x)$	13	5.984	14	0.6	15	0.8	16	1	0.4	<table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td>17</td><td>-3.392</td></tr><tr><td>18</td><td>1.4</td></tr><tr><td>19</td><td>1.6</td></tr><tr><td>20</td><td>1.8</td></tr></table>	x	$f(x)$	17	-3.392	18	1.4	19	1.6	20	1.8	1.2
x	$f(x)$																																		
9	13.056																																		
10	-0.2																																		
11	0																																		
12	0.2																																		
x	$f(x)$																																		
13	5.984																																		
14	0.6																																		
15	0.8																																		
16	1																																		
x	$f(x)$																																		
17	-3.392																																		
18	1.4																																		
19	1.6																																		
20	1.8																																		

<table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td>21</td><td>-12</td></tr><tr><td>22</td><td>-13.67</td></tr><tr><td>23</td><td>-15.05</td></tr><tr><td>24</td><td>-16.1</td></tr></table>	x	$f(x)$	21	-12	22	-13.67	23	-15.05	24	-16.1	2	<table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td>25</td><td>-16.76</td></tr><tr><td>26</td><td>-17</td></tr><tr><td>27</td><td>-16.75</td></tr><tr><td>28</td><td>-15.97</td></tr></table>	x	$f(x)$	25	-16.76	26	-17	27	-16.75	28	-15.97	2.8	<table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr><tr><td>29</td><td>-14.62</td></tr><tr><td>30</td><td>-12.64</td></tr><tr><td>31</td><td>-10</td></tr><tr><td>32</td><td></td></tr></table>	x	$f(x)$	29	-14.62	30	-12.64	31	-10	32		3.6
x	$f(x)$																																		
21	-12																																		
22	-13.67																																		
23	-15.05																																		
24	-16.1																																		
x	$f(x)$																																		
25	-16.76																																		
26	-17																																		
27	-16.75																																		
28	-15.97																																		
x	$f(x)$																																		
29	-14.62																																		
30	-12.64																																		
31	-10																																		
32																																			

Giá trị lớn nhất: 15 tại $x = -1$. Giá trị nhỏ nhất: -17 tại $x = 3$

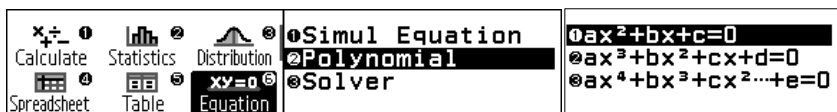
Ví dụ 2: Một tấm nhôm hình vuông cạnh 60 cm. Người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông bằng nhau mỗi cạnh x cm, rồi gấp tấm nhôm lại để được một cái hộp không nắp. Tìm x để thể tích khối hộp nhận được là lớn nhất.

- Tính năng sử dụng

Tính năng giải phương trình trên CASIO fx-880BTG Plus hỗ trợ tìm tọa độ đỉnh của Parabol để xác định cực trị và tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\odot$ 6 2



- Hướng dẫn giải

Thiết lập hàm số: Khi cắt 4 góc cạnh x , đáy của cái hộp sẽ là hình vuông có cạnh là: $60 - 2x$. Chiều cao của cái hộp chính là đoạn gấp lên: $h = x$

Điều kiện của x : $x > 0$ và $2x < 60 \Rightarrow 0 < x < 30$

Công thức thể tích: $V(x) = \text{Diện tích đáy} \times \text{Chiều cao} = (60 - 2x)^2 \cdot x$

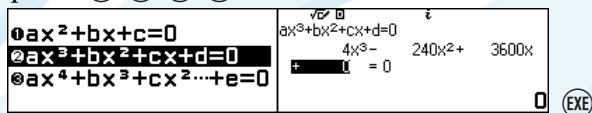
Khai triển: $V(x) = (3600 - 240x + 4x^2) \cdot x = 4x^3 - 240x^2 + 3600x$

+ Tìm giá trị lớn nhất bằng tính năng **Equation**

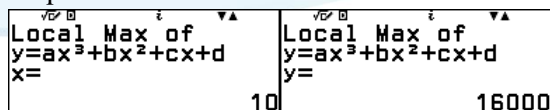
Vì hàm thể tích là một hàm bậc ba, ta có thể dùng trình giải phương trình bậc ba để máy tự tìm tọa độ điểm cực đại (**Local Max**).

Đề nhập các hệ số của $V(x) = 4x^3 - 240x^2 + 3600x + 0$, ta thực hiện như sau:

- Bấm phím $\odot$ 6 $\odot$ 2 $\odot$ 2



- Bấm phím EXE liên tiếp để bỏ qua các nghiệm x_1, x_2, x_3 , ta thấy được kết quả:



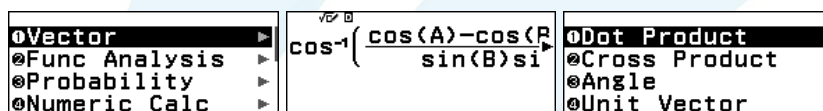
CHƯƠNG II: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

II.1. TÍNH TOÁN CỘNG, TRỪ, NHÂN VÔ HƯỚNG, NHÂN CÓ HƯỚNG HAI VECTOR

Các phép toán vector là nền tảng cốt lõi để giải quyết các bài toán hình học không gian và vật lý hiện đại. Việc phối hợp giữa định nghĩa lý thuyết và tính năng **Vector** trên CASIO fx-880BTG Plus giúp thực hiện các phép tính tích vô hướng, tích có hướng và kiểm tra tính đồng phẳng của các vector một cách chuẩn xác. Đây là bước đệm quan trọng để tối ưu hóa thời gian khi xử lý các hệ tọa độ phức tạp trong không gian *Oxyz*

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng tính năng Vector trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để khai báo, nhập tọa độ cho các vector (2D/3D) và thực hiện các phép toán cơ bản như cộng, trừ, nhân số thực, tích vô hướng và tích có hướng.



b. Bài toán

Ví dụ 1: Trong không gian *Oxyz*, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 2)$ và $C(0; 1; 4)$. Tính tọa độ tích có hướng $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ và diện tích tam giác ABC .

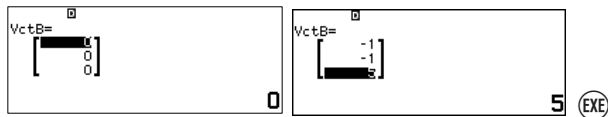
- Tính năng sử dụng

Sử dụng tính năng Vector trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\odot$ $\oplus$

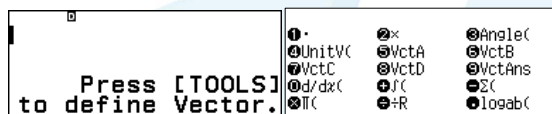

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (2; -2; 3);$$



Tính tích có hướng $[\vec{AB}, \vec{AC}]$

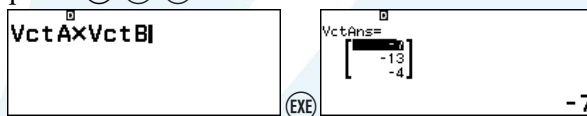
Để gọi vector, ta thực hiện như sau:

- Bấm phím $\uparrow$ $\oplus$ ⑤ để gọi vector A
- Bấm phím $\uparrow$ $\oplus$ ⑥ để gọi vector B



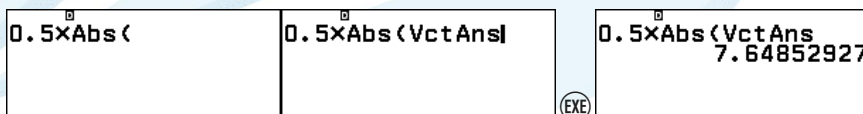
Để chọn tính năng tích có hướng, ta thực hiện thao tác như sau:

- Bấm phím $\uparrow$ $\oplus$ ②



Tính diện tích tam giác ABC , $S = \frac{1}{2} | \text{Ans} |$

- Bấm phím $\uparrow$ $\otimes$ để gọi tính năng giá trị tuyệt đối.
- Bấm phím $\uparrow$ $\oplus$ ② để gọi lại giá trị tích có hướng $[\vec{AB}, \vec{AC}]$



- **Nhận xét:**

Khác với tích vô hướng (**Dot Product**) cho ra một con số, tích có hướng (**Cross Product**) của hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cho ra một vector mới $\vec{w}$ có đặc điểm: $\vec{w}$ vuông góc với cả $\vec{u}$ và $\vec{v}$. Độ dài của $\vec{w}$ bằng diện tích của hình bình hành tạo bởi $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

II.2. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

Trong các bài toán hình học không gian, việc xác định phương trình mặt phẳng thường đòi hỏi phải xác định vector pháp tuyến và xử lý nhiều bước biến đổi đại số. Với sự hỗ trợ của tính năng viết phương trình mặt phẳng trong MathExplorer của máy tính CASIO fx-880BTG Plus, có thể nhập trực tiếp các dữ kiện hình học và nhanh chóng xác định phương trình mặt phẳng một cách chính xác, thuận tiện.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng tính năng viết phương trình mặt phẳng trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để tính các hệ số a, b, c, d của phương trình tổng quát $ax + by + cz + d = 0$.

b. Bài toán

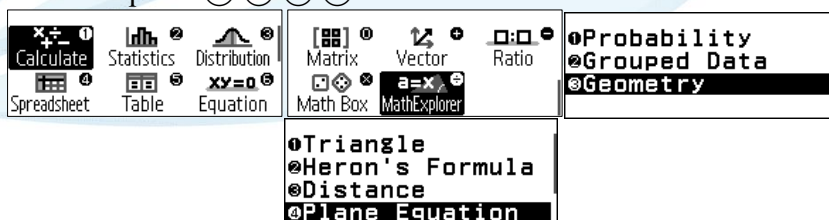
Ví dụ 1: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$ và $C(-1; 2; 5)$.

- Tính năng sử dụng

Viết phương trình mặt phẳng (Plane Equation) trong **MathExplorer** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\odot$ $\div$ $\textcircled{3}$ $\textcircled{4}$



- Hướng dẫn giải

Để nhập tọa độ 3 điểm, ta thực hiện như sau:

- Bấm phím OK để lựa chọn điểm

P: $ax+by+cz+d=0$	Point A
Point :	Point B
Point :	Point C
Point :	

- Bấm phím 1 để chọn điểm A và nhập các tọa độ

Point A
y :-1
z :3
Confirm

Thực hiện tương tự cho điểm B và điểm C

- Bấm phím 2 để chọn điểm B và nhập các tọa độ
- Bấm phím 3 để chọn điểm C và nhập các tọa độ

Point B	Point C	P: $ax+by+cz+d=0$
y :0	y :2	Point :B
z :1	z :5	Point :C
Confirm	Confirm	Execute

- Bấm phím EXE để thực hiện tính toán các hệ số

P:
$8x + 2y + 9z - 41 = 0$
B

Phương trình mặt phẳng (P) là: $8x + 2y + 9z - 41 = 0$

Ví dụ 2: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa

đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{3}$ và song song với đường thẳng

$$d': \frac{x}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

- Tính năng sử dụng

Sử dụng tính năng Vector trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\text{V} \oplus$



- Hướng dẫn giải

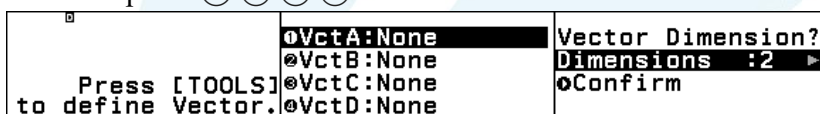
Vì mặt phẳng (Q) chứa d và song song với d' , nên vector pháp tuyến $\vec{n}_Q$ của mặt phẳng phải vuông góc với cả hai vector chỉ phương $\vec{u}_d$ và $\vec{u}_{d'}$.

Do đó: $\vec{n}_Q = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}]$ (Tích có hướng).

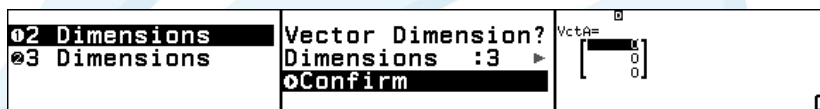
Mặt phẳng (Q) sẽ đi qua điểm $M(1; -2; 0)$ thuộc đường thẳng d

Định nghĩa các vector (**Define Vector**), ta thực hiện như sau:

- Bấm phím $\odot$ $+$ $\odot\odot$ ①



- Bấm phím $\odot\odot$ ② $\odot\odot$ để chọn chiều không gian của vector (vì là không gian Oxyz).

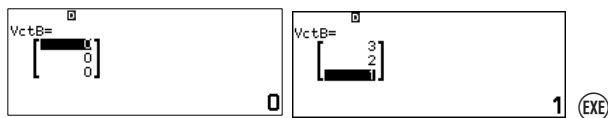


Nhập các tọa độ của vector.



Thực hiện tương tự cho vector B.

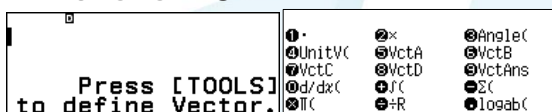
- Bấm phím $\odot\odot$ ② $\odot\odot$ ② $\odot\odot$



Tính tích có hướng

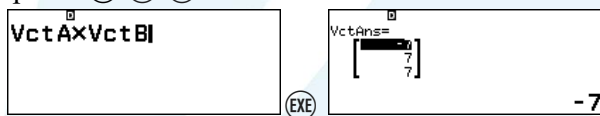
Để gọi vector, ta thực hiện như sau:

- Bấm phím $\uparrow$ $\square$ 5 để gọi vector A
- Bấm phím $\uparrow$ $\square$ 6 để gọi vector B



Để chọn tính năng tích có hướng, ta thực hiện thao tác như sau:

- Bấm phím $\uparrow$ $\square$ 2



Để phương trình đẹp hơn, ta chọn $\vec{n}_Q = (1; -1; -1)$ bằng cách chia tọa độ cho -7

Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua $M(1; -2; 0)$ là:

$$1(x-1) - 1(y+2) - 1(z-0) = 0 \Leftrightarrow x - y - z - 3 = 0$$

II.3. TÍNH KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐIỂM, KHOẢNG CÁCH TỪ ĐIỂM ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN TỌA ĐỘ OXYZ

Trong các bài toán hình học không gian, việc tính khoảng cách giữa hai điểm hoặc từ một điểm đến một đường thẳng là nội dung quan trọng, thường xuất hiện trong các bài toán liên quan đến vị trí tương đối và tối ưu hóa. Với sự hỗ trợ của các tính năng hình học trong **MathExplorer** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus, có thể nhập trực tiếp tọa độ các

đối tượng và tính toán nhanh chóng các khoảng cách cần thiết, giúp nâng cao độ chính xác và tiết kiệm thời gian.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng tính năng tính khoảng cách trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để tính chính xác giá trị khoảng cách giữa hai điểm $d(A, B)$ hoặc từ một điểm đến một đường thẳng $d(M, \Delta)$

b. Bài toán

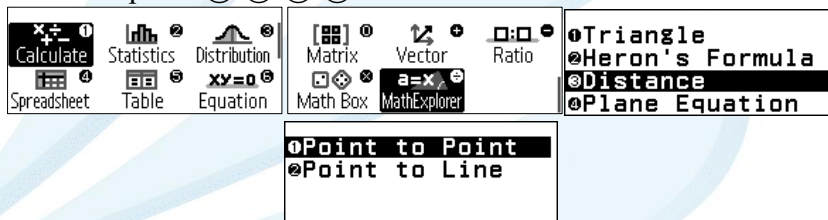
Ví dụ 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 4)$ và $B(3; 2; -1)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- Tính năng sử dụng

Tính khoảng cách (Distance) trong **MathExplorer** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

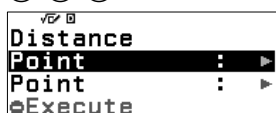
- Bấm phím $\square \div \textcircled{3} \textcircled{3}$



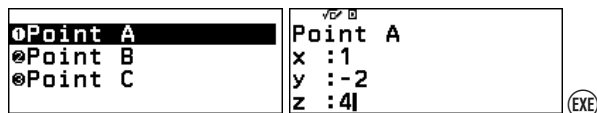
- Hướng dẫn giải

Để tính khoảng cách giữa 2 điểm, ta thực hiện như sau:

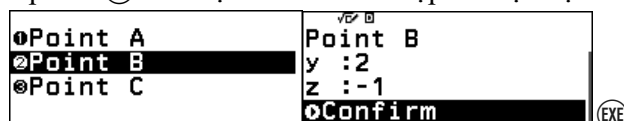
- Bấm phím $\square \div \textcircled{3} \textcircled{3} \textcircled{1}$



- Bấm phím $\textcircled{OK} \textcircled{1}$ để lựa chọn điểm A và nhập các tọa độ



- Bấm phím $\odot$ để chọn điểm B và nhập các tọa độ



Ví dụ 2: Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $M(2;3;-1)$

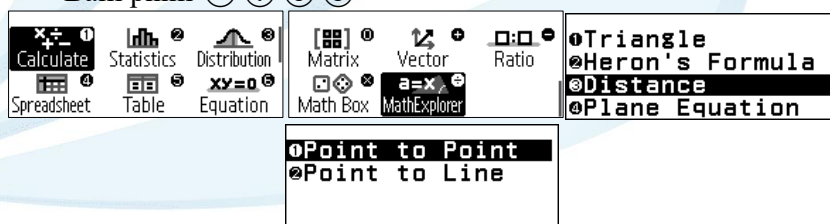
đến đường thẳng Δ có phương trình: $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{2}$.

- Tính năng sử dụng

Tính khoảng cách (Distance) trong **MathExplorer** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\odot$ $\div$ $\odot$ $\odot$



- Hướng dẫn giải

Để tính khoảng cách giữa điểm và đường thẳng, ta thực hiện như sau:

- Bấm phím $\odot$ $\div$ $\odot$ $\odot$ $\odot$

Distance	
Point	:
Line	:
Execute	

- Bấm phím **OK** ① để lựa chọn điểm A và nhập các tọa độ

Point A	Point A
Point B	y : 3
Point C	z : -1
	Confirm

Máy tính thường cho nhập phương trình đường thẳng dạng tham số, nên đường thẳng Δ đi qua điểm $x=1, y=0, z=-2$, và vectơ chỉ phương $a=2, b=1, c=2$.

- Bấm phím **OK** ① để lựa chọn đường thẳng A và nhập các tham số

Distance	
Point	:A
Line	:
Execute	

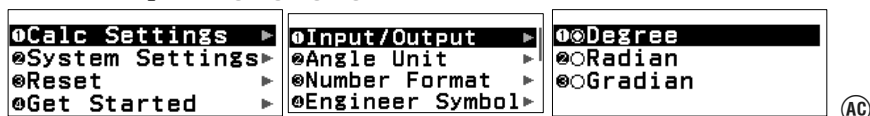
Line A
Line B

Line A
$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 + 1t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$

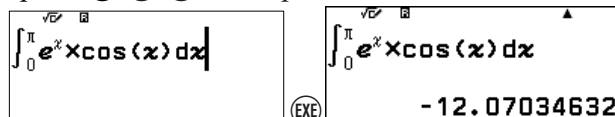
Distance	
Point	:A
Line	:A
Execute	

Distance=
$\frac{5\sqrt{2}}{3}$

- Bấm phím $\equiv$ ① ② ②



- Bấm phím $\uparrow$ $\square$ ② và nhập biểu thức



Ví dụ 2: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+3x+2}$

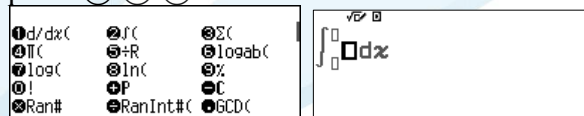
thỏa mãn điều kiện $F(0) = \ln(2)$. Tính giá trị $F(1)$.

- Tính năng sử dụng

Tính năng tích phân trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\uparrow$ $\square$ ②



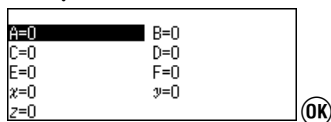
- Hướng dẫn giải

Sử dụng tính chất của tích phân xác định để tìm giá trị hàm số tại một

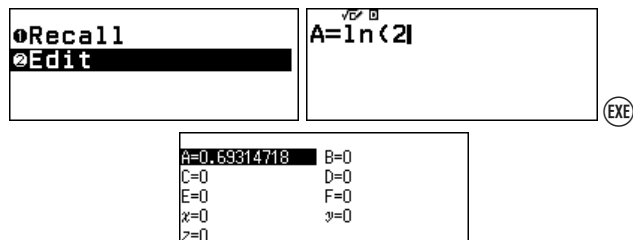
$$\text{điểm: } F(b) - F(a) = \int_a^b f(x) dx \Rightarrow F(b) = F(a) + \int_a^b f(x) dx$$

Gán giá trị $F(0)$ vào biến nhớ, ta thực hiện như sau:

- Bấm phím $\mathbf{\square}$ và chọn biến nhớ A



- Bấm phím ② để nhập $A = \ln(2)$

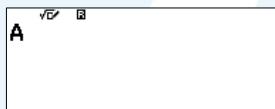


Thiết lập biểu thức tính $F(1)$

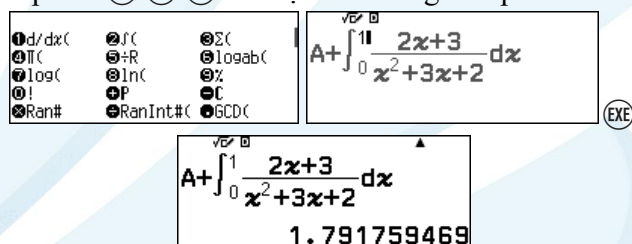
Dựa trên định lý cơ bản của giải tích, ta có:

$$F(1) = F(0) + \int_0^1 \frac{2x+3}{x^2+3x+2} dx$$

- Bấm phím $\uparrow$ 4 để gọi biến A

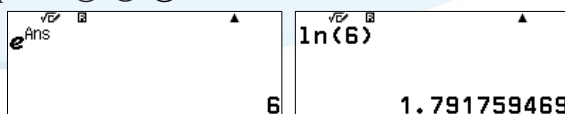


- Bấm phím $\uparrow$ $\int$ 2 để chọn tính năng tích phân.



Để chuyển đổi kết quả thành giá trị ln, ta thực hiện như sau:

- Bấm phím $\uparrow$ 8 Ans



III.2. TÍNH DIỆN TÍCH MỘT HÌNH GIỚI HẠN BỞI ĐỒ THỊ CỦA CÁC HÀM SỐ HOẶC NHỮNG HÌNH PHẪNG PHỨC TẠP

Trong các bài toán giải tích, việc tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số có dạng phức tạp hoặc miền cần xét không đơn giản, quá trình tính toán thủ công dễ xảy ra sai sót. Với sự hỗ trợ của các tính năng tích phân của máy tính CASIO fx-880BTG Plus, có thể khảo sát nhanh các điểm giao, thiết lập cận tích phân và tính gần đúng diện tích một cách chính xác, giúp quá trình giải toán trở nên thuận lợi và hiệu quả hơn.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng kết hợp tính năng tích phân và trị tuyệt đối trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để nhập đúng công thức $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$, giúp tính toán chính xác diện tích mà không cần xét dấu biểu thức.

b. Bài toán

Ví dụ 1: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = -2, x = 1$

- Tính năng sử dụng

Tính năng tích phân trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\uparrow$ $\rightarrow$ $\textcircled{2}$

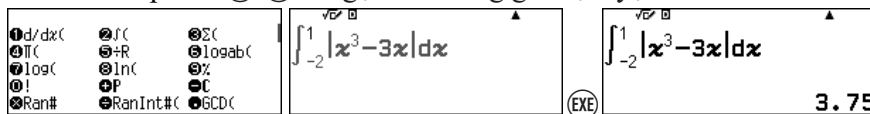


- Hướng dẫn giải

Công thức tính diện tích hình phẳng bằng tích phân: $S = \int_a^b |f(x)| dx$

Theo đề bài toán, ta có được 2 cận của tích phân là -2 và 1:

- Bấm phím $\uparrow$ $\otimes$ để gọi tính năng giá trị tuyệt đối.



- **Nhận xét:** Tại sao cần dấu giá trị tuyệt đối?

Sự biến thiên: Phương trình $x^3 - 3x = 0$ có các nghiệm $x = 0$ và $x = \pm\sqrt{3}$. Trong khoảng $(-2; 1)$, đồ thị đổi dấu tại $x = -\sqrt{3}$ và $x = 0$.

Cách giải tự luận: Nếu không có máy tính, chúng ta phải chia tích phân thành 3 đoạn:

$$S = \int_{-2}^{-\sqrt{3}} |x^3 - 3x| dx + \int_{-\sqrt{3}}^0 |x^3 - 3x| dx + \int_0^1 |x^3 - 3x| dx$$

Việc này rất dễ nhầm lẫn dấu. Máy tính CASIO fx-880BTG Plus xử lý trực tiếp lệnh **Ans** giúp chúng ta bỏ qua bước xét dấu phức tạp này.

Lưu ý: Khi tính diện tích hình phẳng, tuyệt đối không được đưa dấu giá trị tuyệt đối ra ngoài dấu tích phân ($|\int f(x)dx|$) trừ khi biết chắc hàm số không đổi dấu trên khoảng đó.

III.3. TÍNH THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY

Việc tính thể tích khối tròn xoay thường yêu cầu học sinh phải thiết lập tích phân dựa trên hình dạng miền quay và trục quay tương ứng. Khi hàm số phức tạp hoặc miền quay không đơn giản, việc xác định cận tích phân và biểu thức tính thể tích có thể gây khó khăn và dễ sai sót. Với sự hỗ trợ của tính năng tích phân của máy tính CASIO fx-880BTG Plus, có thể nhanh chóng thiết lập và tính giá trị gần đúng của thể tích, giúp quá trình giải toán trở nên chính xác và hiệu quả hơn.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng tính năng tích phân trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để nhập đúng cấu trúc công thức $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ hoặc $V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$ trên máy tính để xuất kết quả chính xác.

b. Bài toán

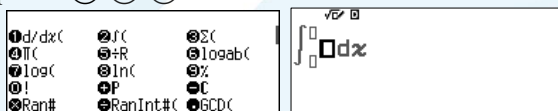
Ví dụ 1: Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x} \cdot e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ quanh trục Ox

- Tính năng sử dụng

Tính năng tích phân trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\uparrow$ $\rightarrow$ ②



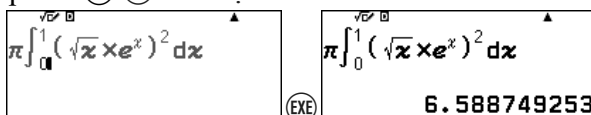
- Hướng dẫn giải

Thể tích khối tròn xoay khi quay quanh trục Ox được tính theo công

thức: $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$

Thay các dữ liệu từ đề bài vào, ta có: $V = \pi \int_0^1 (\sqrt{x} \cdot e^x)^2 dx = \pi \int_0^1 x \cdot e^{2x} dx$

- Bấm phím $\uparrow$ ⑦ để chọn số π



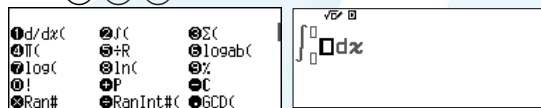
Ví dụ 2: Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ và đường thẳng $y = 2x + 1$ quanh trục Ox

- Tính năng sử dụng

Tính năng tích phân trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\uparrow$ $\square$ $\rightarrow$



- Hướng dẫn giải

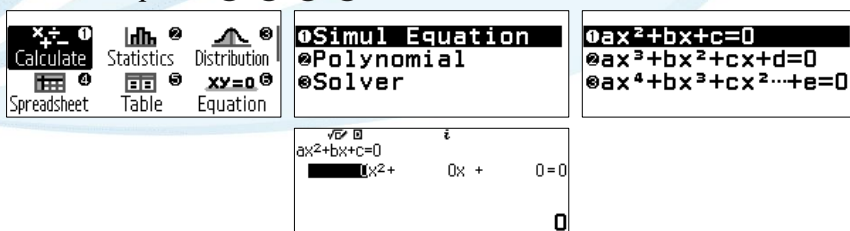
Khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x)$ và $y = g(x)$ quanh trục Ox , thể tích được tính bằng: $V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$

Trong đó a, b là các hoành độ giao điểm.

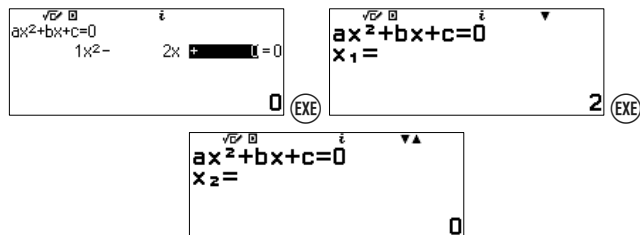
Đầu tiên, thực hiện tìm hoành độ giao điểm (Cận tích phân)

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 + 1 = 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0$.

- Bấm phím $\square$ $\rightarrow$ $\rightarrow$ $\rightarrow$

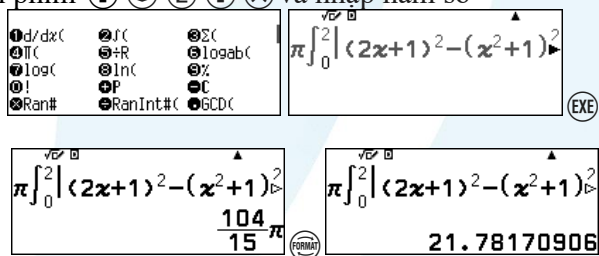


Nhập các hệ số của phương trình và thực hiện tính toán



⇒ Vậy hai căn là $a=0$ và $b=2$

- Bấm phím $\uparrow$ $\leftarrow$ $\rightarrow$ $\uparrow$ $\times$ và nhập hàm số



CHƯƠNG IV: THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

IV.1. CÁC ĐẶC TRƯNG ĐO XU HƯỚNG TRUNG TÂM VÀ ĐỘ PHÂN TÁN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHEP NHÓM

Trong thống kê, các đặc trưng đo xu hướng trung tâm và độ phân tán đóng vai trò quan trọng trong việc khái quát hóa và đánh giá mức độ biến thiên của một tập dữ liệu, đặc biệt là với các mẫu số liệu ghép nhóm. Với sự hỗ trợ của tính năng Dữ liệu ghép nhóm trong MathExplorer của máy tính CASIO fx-880BTG Plus, có thể nhanh chóng xác định các đại lượng đặc trưng như số trung bình, phương sai, độ lệch chuẩn..., giúp quá trình xử lý dữ liệu trở nên chính xác, trực quan và hiệu quả hơn.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng tính năng Dữ liệu ghép nhóm trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để nhập mẫu số liệu ghép nhóm và tính chính xác các số đặc trưng: số trung bình, phương sai, độ lệch chuẩn, trung vị, mốt và các tứ phân vị (Q_1, Q_3, IQR).

b. Bài toán

Ví dụ 1: Một khảo sát về thời gian tự học (giờ/tuần) của 40 học sinh lớp 12 được cho bởi bảng số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (giờ)	[0; 10)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50]
Số học sinh	5	12	15	6	2

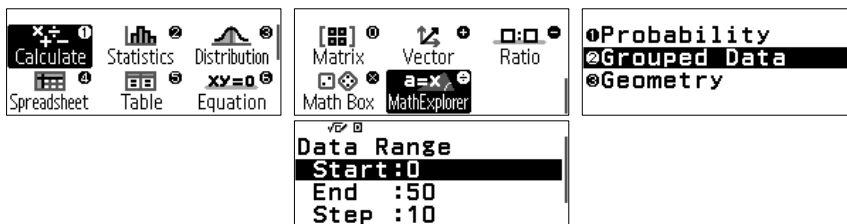
Hãy tính Khoảng biến thiên R và Khoảng tứ phân vị (Δ_Q) của mẫu số liệu trên.

- Tính năng sử dụng

Dữ liệu ghép nhóm (Grouped Data) trong **MathExplorer** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\odot$ $\div$ $\odot$



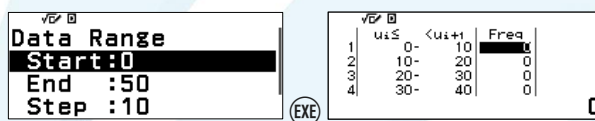
- Hướng dẫn giải

Tính khoảng biến thiên

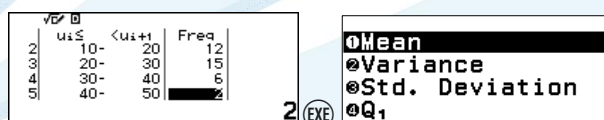
- Xác định đầu mút trái của nhóm đầu tiên: $a_1 = 0$
- Xác định đầu mút phải của nhóm cuối cùng: $a_{k+1} = 50$
- Công thức: $R = a_{k+1} - a_1 = 50 - 0 = 50$ (giờ)

Tính khoảng tứ phân vị

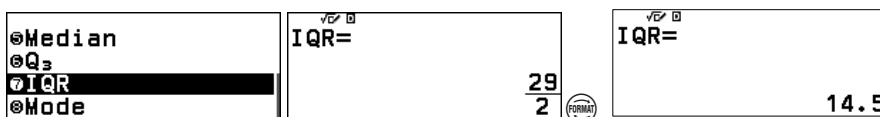
Nhập các giá trị bắt đầu (Start): 0, giá trị kết thúc (End): 50 và bước nhảy (Step): 10.



Nhập tần số (Số học sinh) vào cột **Freq**



- Bấm phím **7** để tính khoảng tứ phân vị



Ví dụ 2: Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của một nhóm cây xanh sau 6 tháng chăm sóc được cho như sau:

Chiều cao (cm)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50]
Tần số	8	x	12	10

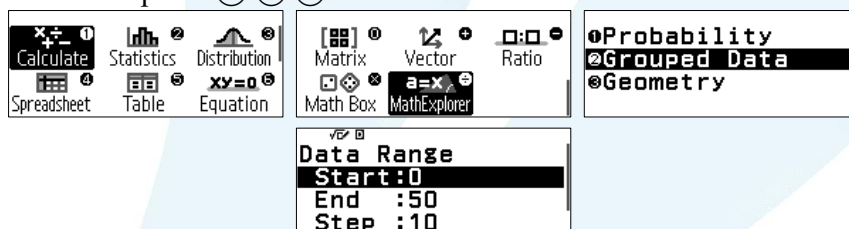
Biết rằng số trung bình của mẫu số liệu trên là $\bar{x} = 31$. Hãy tìm giá trị của x và tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó.

- Tính năng sử dụng

Dữ liệu ghép nhóm (Grouped Data) trong **MathExplorer** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\odot$ $\div$ $\textcircled{2}$



- Hướng dẫn giải

Tìm giá trị của x (Dựa trên số trung bình)

Trước hết, ta cần xác định giá trị đại diện (c_i) cho mỗi nhóm:

Nhóm [10; 20): $c_1 = 15$; Nhóm [20; 30): $c_2 = 25$

Nhóm [30; 40): $c_3 = 35$; Nhóm [40; 50]: $c_4 = 45$

Dựa vào công thức tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm:

$$\bar{x} = \frac{8 \cdot 15 + x \cdot 25 + 12 \cdot 35 + 10 \cdot 45}{8 + x + 12 + 10} = 31 \Leftrightarrow \frac{120 + 25x + 420 + 450}{30 + x} = 31$$

$$\Leftrightarrow 990 + 25x = 31(30 + x) \Leftrightarrow 990 + 25x = 930 + 31x \Rightarrow 6x = 60 \\ \Rightarrow x = 10$$

Tính Độ lệch chuẩn (s)

Khi đã có $x = 10$, ta có mẫu số liệu đầy đủ với tần số các nhóm lần lượt là: 8, 10, 12, 10.

Nhập các giá trị bắt đầu (Start): 10, giá trị kết thúc (End): 50 và bước nhảy (Step): 10.

Data Range			
Start:	10		
End :	50		
Step :	10		

	$u_i \leq$	$< u_{i+1}$	Freq
1	10-	20	8
2	20-	30	10
3	30-	40	12
4	40-	50	10

Nhập tần số vào cột **Freq**

	$u_i \leq$	$< u_{i+1}$	Freq
1	10-	20	8
2	20-	30	10
3	30-	40	12
4	40-	50	10

0	Mean
2	Variance
3	Std. Deviation
4	Q_1

- Bấm phím ① để kiểm tra lại giá trị trung bình

Mean= 31

- Bấm phím ③ để tính độ lệch chuẩn

Std. Deviation= $\sqrt{114}$ 10.67707825

IV.2. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Trong xác suất, xác suất có điều kiện là công cụ quan trọng giúp đánh giá khả năng xảy ra của một biến cố khi đã biết trước thông tin về một biến cố liên quan. Với sự hỗ trợ của tính năng Xác suất trong MathExplorer của máy tính CASIO fx-880BTG Plus, có thể nhập trực tiếp các giá trị xác suất thành phần và nhanh chóng tính được xác suất có điều kiện, từ đó giúp quá trình giải toán trở nên chính xác, rõ ràng và hiệu quả hơn.

a. Yêu cầu cần đạt

Sử dụng tính năng Xác suất trên máy tính CASIO fx-880BTG Plus để tính toán nhanh các bài toán xác suất phức tạp thông qua: Quy tắc nhân biến cố độc lập (**Mult. Indep Evts**), Công thức xác suất toàn phần (**Total Prob.**) và Công thức Bayes (**Bayes Formula**).

b. Bài toán

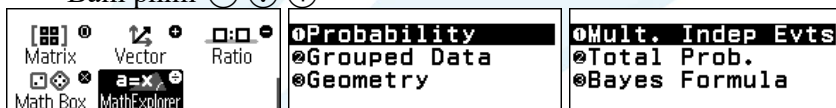
Ví dụ 1: Một hộp chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy lần lượt hai viên bi từ hộp theo phương thức lấy không hoàn lại. Tính xác suất để viên bi thứ nhất là bi đỏ và viên bi thứ hai là bi xanh.

- Tính năng sử dụng

Xác suất (Probability) trong **MathExplorer** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\square$ $\div$ $\textcircled{1}$



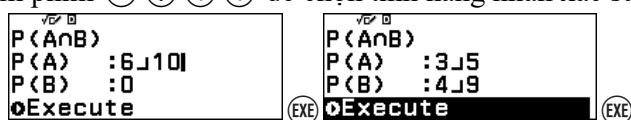
- Hướng dẫn giải

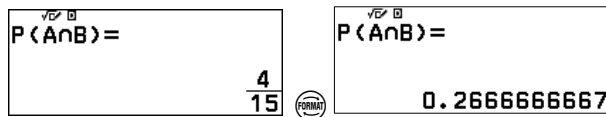
Thiết lập xác suất cho từng lần lấy: Giao diện sẽ hiển thị các sự kiện (Event). Chúng ta sẽ thiết lập cho 2 sự kiện tương ứng với 2 lần lấy bi:

Sự kiện 1 (Viên 1 là Đỏ): Nhập xác suất $P(A) = \frac{6}{10}$

Sự kiện 2 (Viên 2 là Xanh khi viên 1 đã là Đỏ): Vì lấy không hoàn lại, mẫu số giảm còn 9. Nhập xác suất $P(B) = \frac{4}{9}$

- Bấm phím $\square$ $\div$ $\textcircled{1}$ $\textcircled{1}$ để chọn tính năng nhân xác suất





Ví dụ 2: Một thiết bị có hai linh kiện A và B hoạt động độc lập. Xác suất linh kiện A bị hỏng là $0,15$. Xác suất linh kiện B bị hỏng thay đổi tùy theo điều kiện nhiệt độ:

Nếu linh kiện A hỏng thì xác suất linh kiện B hỏng là x

Nếu linh kiện A không hỏng thì xác suất linh kiện B hỏng là $0,1$

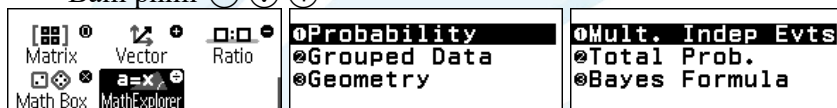
Tìm x để xác suất toàn phần để linh kiện B bị hỏng là $0,2$

- Tính năng sử dụng

Xác suất (Probability) trong **MathExplorer** của máy tính CASIO fx-880BTG Plus.

Để chọn tính năng này, thực hiện:

- Bấm phím $\square$ $\div$ $\textcircled{1}$



- Hướng dẫn giải

Thiết lập phương trình (Tư duy toán học)

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$$

Thay số vào ta có: $0,2 = 0,15 \cdot x + 0,85 \cdot 0,1 \Rightarrow 0,15x = 0,115 \Rightarrow x =$

$$\frac{0,115}{0,15} = \frac{23}{30} \approx 0,7667$$

Để đảm bảo giá trị $x = \frac{23}{30}$ là chính xác, ta nhập ngược lại vào tính năng

Total Prob. như sau:

MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU	03
PHẦN I. ỨNG DỤNG MÁY TÍNH CASIO FX-880BTG PLUS VÀO CHUYÊN ĐỀ TOÁN LỚP 10	05
CHƯƠNG I: MỆNH TẬP HỢP	06
1.1. Biểu diễn các tập hợp trên trục số	
CHƯƠNG II: BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN	09
2.1. Miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn	
CHƯƠNG III: HÀM SỐ	12
3.1. Giá trị của hàm số tại một điểm	
3.2. Tính đơn điệu của hàm số trên một khoảng	
3.3. Xác định tọa độ đỉnh, trục đối xứng của đồ thị hàm số bậc hai	
3.4. Giải bất phương trình bậc hai	
3.5. Phương trình quy về phương trình bậc hai	
CHƯƠNG IV: ĐẠI SỐ TỔ HỢP	26
4.1. Hoán vị – tổ hợp – chỉnh hợp	
4.2. Nhị thức newton	
CHƯƠNG V: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC	31
5.1. Giải tam giác	
5.2. Tính diện tích tam giác bằng công thức Heron	
CHƯƠNG VI: VÉC-TƠ	35
6.1. Tính độ dài của véc-tơ	
6.2. Các phép toán trên véc-tơ	
CHƯƠNG VII: MẪU SỐ LIỆU KHÔNG GHÉP NHÓM VÀ XÁC SUẤT THEO NGHĨA CỔ ĐIỂN	40
7.1. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm và độ phân tán	
7.2. Ước lượng xác suất cổ điển bằng thực nghiệm	
PHẦN II. ỨNG DỤNG MÁY TÍNH CASIO FX-880BTG PLUS VÀO CHUYÊN ĐỀ TOÁN LỚP 11	46
CHƯƠNG I: GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC	47
1.1. Giá trị lượng giác của góc lượng giác	
1.2. Phương trình lượng giác	

CHƯƠNG II: CÁC BÀI TOÁN VỀ DÃY SỐ	52
2.1. Dãy số	
2.2. Cấp số cộng và cấp số nhân	
CHƯƠNG III: GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ VÀ HÀM SỐ	57
3.1. Giới hạn của dãy số	
3.2. Giới hạn của hàm số	
CHƯƠNG IV: HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT	62
4.1. Phương trình mũ và phương trình logarit	
4.2. Ứng dụng của hàm số mũ và logarit	
CHƯƠNG V: ĐẠO HÀM	66
5.1. Đạo hàm và ý nghĩa hình học của đạo hàm	
5.2. Ứng dụng của đạo hàm	
CHƯƠNG VI: CÁC BÀI TOÁN VỀ HÌNH HỌC KHÔNG GIAN	71
6.1. Góc và khoảng cách trong không gian	
CHƯƠNG VII. MẪU SỐ LIỆU GHEP NHÓM VÀ QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT	74
7.1. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm và mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm	
7.2. Nhân xác suất cho hai biến cố độc lập	
7.3. Xác suất toàn phần	

PHẦN III. ỨNG DỤNG MÁY TÍNH CASIO FX-880BTG PLUS VÀO CHUYÊN ĐỀ TOÁN LỚP 12 **81**

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM	82
1.1. Cực đại, cực tiểu	
1.2. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất	
CHƯƠNG II: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN	89
2.1. Tính toán cộng, trừ, nhân vô hướng, nhân có hướng hai vector	
2.2. Viết phương trình mặt phẳng	
2.3. Tính khoảng cách giữa hai điểm, khoảng cách từ điểm đến đường thẳng trong không gian tọa độ $OXYZ$	
CHƯƠNG III: NGUYÊN HÀM, TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG	99
3.1. Nguyên hàm, tích phân	
3.2. Tính diện tích một hình giới hạn bởi đồ thị của các hàm số hoặc những hình phẳng phức tạp	
3.3. Tính thể tích khối tròn xoay	
CHƯƠNG IV: THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT	107
4.1. Các đặc trưng đo xu hướng trung tâm và độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm	
4.2. Xác suất có điều kiện	